Descriptive statistics: chapter 02 ; measures of central tendency .

Dr : lounissi Latifa _____2023_2024

الفصل 2 : مقاييس النزعة المركزية

chapter 02 : measures of central tendency

تمهيد

ان جمع البيانات و تبويبها و تمثيلها بيانيا لا يكفي لوصف مجتمع الدراسة ، بل نحتاج الى مقاييس نستخدمها لقراءة ادق للبيانات و من بين هذه المقاييس نجد مقاييس النزعة المركزية ، و لفهم مقاييس النزعة المركزية يجب استيعاب المصطلحات بالشكل السليم و هذا ما يسهل قراءة صحيحة للنتائج ، و تشمل مقاييس النزعة المركزية على :

- الوسط الحسابي Mean
- الوسيط Median
- الربيعيات ، العشيريات و المئيات : Quartiles Percentiles, Deciles
- المنوال .Mode

1.2 : مفاهيم عامة

1.1.2 : مفهوم النزعة المركزية central tendency

احصائيات النزعة المركزية و تسمى أيضا **بالمتوسطات** و أهم هذه المتوسطات الوسط الحسابي ، الوسيط و المنوال ، و نتمكن بواسطتها من تحديد موقع النقطة التي تتمحور حولها كافة القيم [1]، [2] فالهدف الأساسي من استخدام مقاييس النزعة المركزية هو تلخيص البيانات في محاولة أخرى لوصفها عن طريق التعرف على مركزها .

2.1.2 : المتوسط الحسابيMean

هو اشهر مقاييس النزعة المركزية و يرمز له بالرمز $\overline{X}$.و يمكنه تعريفه على انه يساوي مجموع قيم المفردات مقسما على عددها[3] كما ان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو القيمة التي لو اعطيت لكل مفردة في المجموعة لكان مجموع قيم المفردات الجديدة مساو لمجموع قيم المتغيرات[4] ، و يمكن حسابه بالطرق التالية التي تختلف حسب اختلاف نوع البيانات

أولا : الطريقة المباشرة

أ _ حساب الوسط الحسابي من البيانات المفردة (الغير مبوبة) : يستعمل الوسط الحسابي البسيط في حالة بيانات غير مبوبة ، أي عندما يكون لقياسات المتغير المدروس نفس المستوى من الأهمية ، مثلا عندما يكون لديك 4 مواد لها نفس المعامل بمعنى نفس الأهمية فإننا نستعمل الوسط الحسابي البسيط ، و يحسب بالمعادلة التالية :

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots\ldots + X_n}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{N}$$

حيث ان :

$\overline{X}$ = الوسط الحسابي ، Xi = المفردات ، N= عدد المفردات

مثال 1 : السلسلة التالية تمثل علامات طالب في مجموعة من المواد

FD: 8, 10 ,12,13, 14

---

[1] نبيل جمعة صالح النجار : مرجع سبق ذكره ص 87.

[2] محمد مفيد القومي : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي ، مركز الكتاب الأكاديمي ، الاردن ، 2013 ، 119 .

[3] موساوي عبد النور و بركان يوسف : مرجع سبق ذكره ، ص 35 .

[4] المرجع نفسه ، ص 87 .

اوجد الوسط الحسابي

$$\overline{X} = \frac{8+10+12+13+14.}{5} = 5 \quad \overline{X} = 11.4$$

متوسط علامات الطالب هو 11.4

ب_ الوسط الحسابي المرجح : يستعمل الوسط الحسابي المرجح في حالة البيانات الغير مبوبة ، أي عندما يكون لقياسات المتغير المدروس بمستويات مختلفة (معنى تكرارات مختلفة) .

حيث اذا كان المتغير X يأخذ القيم التالية $X_1,X_2,X_3,....X_K$ بأوزان $f_1,f_2,f_3,... f_n$.على التوالي ، فإن الوسط الحسابي المرجح لهذه القيم هو[5]: $\overline{X} = \frac{X1f1+X2f2+X3f3+\cdots+Xnfn}{f1+f2+f3+\cdots fn}$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} fi}$$

مثال 2

FD: $66_{(1)}$, $67_{(3)}$, $70_{(2)}$, $71_{(4)}$, $74_{(6)}$

$$\overline{X} = \frac{66+67.1+70.2+74.6}{1+3+2+4+6} \qquad \overline{X} = 70.93$$

متوسط اوزان اللاعبين هو : 70.93

ج_ المتوسط الحسابي في حالة توزيع تكراري: تعتمد هذه الطريقة على مراكز الفئات التي يفترض أنها تمثل الفئات التي أخذت منها، ويكون المتوسط الحسابي في هذه الحالة يساوي إلى مجموع حاصل ضرب مراكز الفئات في تكرارها على مجموع التكرارات[6].

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i m_i}{\sum_{i=1}^{n} fi}$$

حيث:

$\overline{X}$ = الوسط الحسابي

[5] شفيق العتوم : طرق الإحصاء باستخدام SPSS ، دار المناهج للنشر و التوزيع ، الأردن ، 2015 ، ص 112.
[6] موسى عبد الناصر : مرجع سبق ذكره ، ص 42.

mi مركز الفئة f_i = تكرار الفئات. Σf_i = مجموع التكرارات.

مثال 3 : يمثل الجدول التالي أجور مجموعة من العمال (الوحدة الف دينار جزائري)

Xi	fi	mi	fimi
[2 4	3	3	9
4 6	4	5	20
6 8	2	7	14
8 10]	2	9	18
Σ	**11**		**61**

المصدر : مثال افتراضي

$$\overline{X} = \frac{61}{11} \qquad \overline{X} = 5.44$$

متوسط اجر العمال هو 5.44 (الف دينار جزائري)

ثانيا : طريقة الانحراف حول وسط فرضي : الغرض من هذه الطريقة هو تسهيل الحسابات و هذا باختبار وسطا فرضيا من الأفضل ان يكون هذا الوسط اقرب ما يمكن من وسط حقيقي للسلسة الإحصائية [7].

أ_ طريقة الانحراف حول وسط فرضي في حالة البيانات الغير مبوبة :

$$\overline{X} = A + \sum_{i=1}^{n} \frac{di}{N}$$

$\overline{X}$ = الوسط الحسابي

A : الوسط الفرضي ، di : انحراف القيمة عن الوسط الفرضي A ، بمعنى **di=Xi-A**

[7] موساوي عبد النور و بركان يوسف : مرجع سبق ذكره ، ص 37.

مثال 5 : السلسلة التالية تمثل علامات طالب في مجموعة من المواد

FD: 8, 10 ,12,13, 14

اوجد الوسط الحسابي طريقة الانحراف حول وسط فرضي .

نختار القيمة 14 كوسط فرضي (حيث يتم اختيار قيمة الوسط الفرضي عشوائيا) **A = 14**

Xi	fi	Xi _fi
8	1	8_14 = _6
10	1	-4
12	1	-2
12	1	-1
14	1	0
	5	- 13

$$\overline{X} = 14 + \frac{-13}{5} \qquad \overline{X} = 11.4$$

ب_ طريقة الانحراف حول وسط فرضي في حالة قيم مرجحة :

$$\overline{X} = A + \sum_{i=1}^{n} \frac{fidi}{N}$$

مثال6

FD: 66 (1) , 67 (3), 70(2) , 71 (4) , 74 (6)

Xi	fi	xi- A	fi.di
66	1	-4	-4
67	3	-3	-9
70	2	0	0
71	4	1	4
74	6	4	24
Σ	16		15

نختار القيمة 70 (عشوائيا)كوسط فرضي

$$\overline{X} = 70 + \frac{15}{16} \qquad \overline{X} = 70.93$$

متوسط هذه القيم هو 70.93

ج_ طريقة الانحراف حول وسط فرضي في حالة بيانات مبوبة :

$$\overline{X} = A + \frac{\sum_{i=1}^{n} f_1(mi - A)}{\sum f_i}$$

$\overline{X}$ = الوسط الحسابي

A : الوسط الفرضي

mi : مركز الفئة

مثال7 يمثل الجدول التالي أجور مجموعة من العمال (الوحدة الف دينار جزائري)

Xi	fi	mi	mi-A	fi(mi-A)
[2 4	3	3	-4	-12
4 6	4	5	-2	-8
6 8	2	7	0	0
8 10]	2	9	2	4
Σ	**11**			**-16**

$$\overline{X} = 7 + \frac{-16}{11} \qquad \overline{X} = 5.54$$

متوسط اجر العمال هو 5.44 (الف دينار جزائري)

ثالثا : خصائص المتوسط الحسابي[8]

_ مجموع انحرافات القيم حول وسطها الحسابي يساوي صفر

[8] موساوي عبد النور و بركان يوسف : مرجع سبق ذكره ، ص 40 _41.

_ الوسط الحسابي لمجموع ظاهرتين يساوي مجموع الوسط الحسابي للظاهرة الأولى و الوسط الحسابي للظاهرة الثانية

_ الوسط الحسابي لقيمة ثابتة يساوي القيم الثابتة نفسها

_الوسط الحسابي لجداء مجموعة قيم و عدد ثابت يساوي جداء الوسط الحسابي للقيم و قيمة العدد الثابت

_ يتأثر الوسط الحسابي بوجود قيم متطرفة .

_ يتعذر حساب الوسط الحسابي في الجداول المفتوحة في هذه الحالة نستخدم العلاقة الامبيرية

$\bar{X}$-Mo=3($\bar{X}$-Me)

_ لا يمكن تحديد الوسط الحسابي بيانيا

_ **3.1.2المتوسط الهندسي Geometric Mean:** يرمز للمتوسط الهندسي بالرمز **G** [9]

يستخدم الوسط الهندسي لإيجاد متوسط نسب الزيادة في الظواهر كالمبيعات و الاسعار و الإنتاج و السكان و الأرقام القياسية و غيرها .

_ في حالة القيم المفردة X1 , X2 , X3 , ...Xn و يحسب على النحو التالي :

$$\text{Log } G=\frac{1}{N}(\text{Log } x1+\text{Log}x2+....\text{Log}xn)$$

مثال 8

احسب الوسط الهندسي للقيم 3،9،27

حل المثال 8[10]

$$\text{Log } G=\frac{1}{3}(\text{Log } 3+\text{Log}9+....\text{Log}27) \rightarrow \text{Log } G= 0.954 \rightarrow G = 9$$

_في حالة القيم المرجحة يحسب على النحو التالي :

$$\text{Log } G=\frac{1}{N}(f_1\text{Log } x_1+f_2\text{Log}x_2+....f_n\text{Log}x_n)$$

[9]شفيق العتوم : طرق الإحصاء باستخدام SPSS ، مرجع سبق ذكره ص ص 122_123 .

[10]شفيق العتوم : طرق الإحصاء باستخدام SPSS ، مرجع سبق ذكره ص ص 121

مثال 9[11]

القيم التالية تمثل توزيع 25 اسرة حسب عدد افرادها

FD : $2_{(1)}$, $3_{(3)}$, $4_{(9)}$, $5_{(8)}$, $6_{(4)}$.

اوجد الوسط الهندسي

Xi	fi	LogXi	fi LogXi
2	1	0.3010	0.3010
3	3	0.4771	1.4313
4	9	0.6021	5.4189
5	8	0.6990	5.5920
6	4	0.7782	3.1128
$\sum$	25		15.8560

$$\text{Log G} = \frac{15.8560}{25} \rightarrow \text{Log G} = 0.6342 \rightarrow \text{G} = 4.3072$$

_في حالة البيانات المبوبة يحسب على النحو التالي :

$$\text{Log G} = \frac{1}{N}(f_1 \text{Log } m_1 + f_2 \text{Log} m_2 + \ldots . f_n \text{Log} m_n)$$

مثال 10

الجدول التالي يوضح الاجر الشهري ل 80عامل الوحدة يالدينار/ السؤال : **اوجد الوسط الهندسي**

Xi	fi
[100 - 200	10
200 - 300	11
300 - 400	25
400 - 500	20
500 – 600]	14
	80

[11] شفيق العتوم : طرق الإحصاء باستخدام SPSS ، مرجع سبق ذكره ص ص 122

حل مثال 10

Xi	fi	mi	Log (mi)	fiLog(mi)
[100 - 200	10	150	2.1761	21.761
200 - 300	11	250	2.3979	26.3769
300 - 400	25	350	2.5441	63.6025
400 - 500	20	450	2.6532	53,064
500 – 600]	14	550	2.7404	38.3656
	80			**203.17**

$$\text{Log } G = \frac{203.17}{80} \rightarrow \text{Log } G = 2.5396 \rightarrow G = 346.4176$$

_خواص الوسط الهندسي

يتصف الوسط الهندسي ببعض الخواص التالية

- حاصل ضرب مجموعة من القيم عددها n يساوي G^n .
- مجموع الانحرافات لوغاريتمات مجموعة من القيم عن لوغاريتم الوسط الهندسي يساوي الصفر
- تستخدم في حسابه جميع القيم المعطاة
- معرف بطريقة جبرية معقدة تصعب من قابليته للمعالجة الجبرية
- يعطي وزنا اقل للقيم الكبيرة و وزنا اكبر للقيم الصغيرة

3.1.2 المنوال Mode

أولا : تعريف المنوال M_o: هو القيمة الأكثر شيوعا او تكرار ، حيث [12]:

- يمكن ان يكون هناك منوال واحد $6_{(2)}$، 3 ،1 ←المنوال = 6 ,
- _ اذا لم يتكرر أي عدد نقول **لا يوجد منوال** . ←10،0،7 ,
- اذا تكررت جميع القيم بنفس عدد المرات **فلا يوجد منوال**← 6 , 6 , 6, 6
- يمكن ان يوجد اكثر من منوال $6_{(2)}$، 3 ،$1_{(2)}$، 5، **المنوال هو 6 و1**
-

[12] سهيل احمد سمحان و محمود حسين الوادي : مرجع سبق ذكره ، ص 82

ثانيا : مميزات المنوال و عيوب المنوال -

- **أ_ مميزات المنوال**
- _ يمكن حساب المنوال من الجداول الإحصائية المفتوحة
- _ لا يتأثر المنوال بالقيم المتطرفة و الشاذة
- _ يعتبر المنوال افضل المتوسطات لتمثيل البيانات الغير رقمية
- _ يمتاز بسهولة حسابه سواءا بالرسم او عن طريق المعادلة الحسابية
- **ب_ عيوب المنوال**
- _ يتأثر المنوال بطول الفئة كما يتأثر بعدد الفئات
- _ لا يدخل في حساب المنوال كل القيم
- _ في بعض الأحيان لا يوجد منوال حيث لا يتكرر أي من القيم اكثر من مرة و في أحيان أخرى يكون هناك اكثر من منوال .
- _ لا يستحسن استخدام المنوال من البيانات كثيرة الالتواء .

ثالثا : إيجاد المنوال حسابيا

أ _ يحسب المنوال في البيانات الغير مبوبة باختيار **القيمة او القيم** التي تحتوي على **اكبر تكرار** .

ب _ يحسب المنوال في البيانات المبوبة بإيجاد الفئة المنوالية التي تقابل اكبر تكرار ، حيث نستخدم طريقة بيرسون لاحتساب المنوال كما يلي : $M_0 = Lmo + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.clmo$

L_{mo} :الحد الأدنى للفئة المنوالية

f_o :تكرار الفئة المنوالية ، f_1 تكرار الفئة ما قبل الفئة المنوالية ، f_2 تكرار الفئة ما بعد الفئة المنوالية

d1 :الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها.

d2 :الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها

cl_{mo}: طول الفئة المنوالية

مثال 11 يمثل الجدول التالي أجور مجموعة من العمال (الوحدة الف دينار جزائري)

Xi	fi
[2 4	**3 f1**
4 6	**4 fo**
6 8	**2 f2**
8 10]	**2**
Σ	**11**

اوجد قيمة المنوال

الفئة المنوالية : 6 4

L_{mo} :الحد الأدنى للفئة المنوالية 4

f_o: تكرار الفئة المنوالية 4

f_1 تكرار الفئة ما قبل الفئة المنوالية 3

f_2 تكرار الفئة ما بعد الفئة المنوالية 2

d1 :الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها.

fo-f1 $\rightarrow$ 4-3 = 1

d2 :الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها

fo-f2 $\rightarrow$ 4-2 =2

cl_{mo}: طول الفئة المنوالية = 2

$$M_0 = 4 + \frac{1}{1+2}.2 \qquad \textbf{Mo = 4.67}$$

الاجر الأكثر انتشارا بين العمال هو 4.67 (ألف دينار جزائري)

رابعا : إيجاد المنوال من جدول غير منتظم

يجب اخضاع الجدول للتعديل التكراري

مثال 12 الجدول التالي يوضح توزيع درجات الإحصاء في عينة مكونة من 86 طالب كما يلي:

xi	fi
[2 4[	14
[4 8[	40
[8 12[	02
[12 15[	24
[15 18]	06
$\sum$	86

_اوجد المنوال حسابيا

حل المثال 12

نلاحظ من خلال الجدول ان طول الفئات غير متساوي ، لذلك يجب **<u>التعديل التكراري للفئات</u>**

حيث نقوم بتعديل التكرارات لكل فئة

$$A\,F = \frac{L'}{L}.fi$$

A F= التكرار المعدل Adjusted Frequency

L' = طول الفئة المرجعية ، و يتم اختيارها بأخذ اصغر طول فئة في الجدول

L= طول الفئة الاصلية

fi = تكرار الفئة الاصلية

L' =2

xi	fi	L	f_i'
[2 4[	14	2	14
[4 8[	40	**4**	**20**
[8 12[	02	4	01
[12 15[	24	3	16
[15 18]	06	3	04
$\sum$	86	/	/

المصدر : مثال افتراضي

_ لحساب المنوال نطبق طريقة بيرسون كما يلي :

$$M_0 = Lmo + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.clmo$$

أولا : إيجاد الفئة المنوالية ،]8 4] لأنها تقابل اكبر تكرار يساوي 20.

ثانيا :حساب قيمة المنوال حيث :

L_{mo} :الحد الأدنى للفئة المنوالية = 4

f_o' :التكرار المعدل للفئة المنوالية = 20

f_1' التكرار المعدل للفئة ما قبل الفئة المنوالية = 14

f_2' التكرار المعدل للفئة ما بعد الفئة المنوالية = 01

cl_{mo}: طول الفئة المنوالية ← **4**

d1 :الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها. ← **20-14=6**

d2 :الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها← **20-1= 19**

$$M_0 = 4 + \frac{6}{6+19}4 \rightarrow \textbf{Mo = 4.96}$$

التفسير: درجة الإحصاء الأكثر انتشارا بين الطلاب هي 4.96

خامسا : إيجاد المنوال بيانيا

_ في حالة القيم المفردة و نوع المتغير كمي متقطع يرسم المنوال باستخدام الاعمدة البسيطة ، العمد الأكثر طولا يمثل المنوال .

_ في حالة متغير نوعي ، يرسم المنوال باستخدام المستطيلات المتباعدة ، المستطيل الأكثر طولا يمثل المنوال ، كما يمكن ان يرسم باستخدام الدائرة ، الجزء من الدائرة الأكثر اتساعا يمثل المنوال .

_ في حالة متغير كمي مستمر يرسم النوال بيانيا من خلال **رسم المدرج التكراري للفئة المنوالية وللفئتين التي قبلها والتي بعدها.** نقوم بعد ذلك بإيصال نهاية المستطيل للفئة المنوالية من الناحية اليسرى بنهاية المستطيل للفئة التي بعدها من الناحية اليسرى. كذلك نهاية المستطيل للفئة المنوالية من الجهة اليمنى بنهاية المستطيل للفئة التي قبلها من

الجهة اليمنى ، ومن نقطة التقاطع المستقيمين ننزل عمودا على المحور الأفقي فتكون نقطة تقاطع هذا العمود المحور مع المحور الأفقي هي قيمة المنوال [13].

_ في حالة طول الفئات غير متساوية نلجأ الى التعديل التكرار قبل رسم المنوال **(لاحظ السلسلة 4 التمرين 2) .**

4.1.2 الوسيط Median

أولا : تعريف الوسيط : هو مقياس من مقاييس النزعة المركزية و هو المشاهدة التي يكون مجموع التكرارات التي تسبقها مساو لمجموع التكرارات التي تليها و بلغة المئينات يكون الوسيطMe ، و هو المئين خمسين P_{50}[14]، و هو الربيع الثاني Q_2، و هو العشري الخامس D_5.

ثانيا : خصائص الوسيط وعيوب الوسيط [15]

أ_خصائص الوسيط

_ لا يتأثر الوسيط بالقيم المتطرفة او الشاذة.

_ يقسم السلسلة الإحصائية الى قسمين متساويين و يقسم المدرج التكراري الى مساحتين متساويتين.

يستعمل الوسيط في عدة مجالات منها دراسة الأجور و الأسعار ، في نظرية أخطاء القياس ، في دراسة الوفيات ، في دراسة المدة المتوسطة للحياة ...الخ .

ب_ عيوب الوسيط [16]

_ يتغير الوسيط كلما غيرنا اطوال الفئات بالنسبة لنفس التوزيع التكراري اذن يتميز الوسيط بعدم الثبات .

_ حساس بالنسبة للقيم الوسيطة

_ اذا كان عدد المشاهدات قليل فالوسيط يمكن الا يعبر بصورة واضحة صحيحة عن مركز تجمعات المشاهدات .

---

[13] موسى عبد الناصر : مرجع سبق ذكره ، ص ص 64
[14] كامل فليفل و فتحي حمدان : الإحصاء ، دار المناهج ، الأردن ، 2006 ، ص 52.
[15] جيلالي جلاطو : مرجع سبق ذكره ، ص 52.
[16] نبيل جمعة صالح النجار : مرجع سبق ذكره ، ص 102 .

ثالثا: إيجاد قيمة الوسيط حسابيا

أ_ إيجاد الوسيط في حالة قيم مفردة [17] : لإيجاد الوسيط في حالة المفردات و التي عددها n ، ***نرتب هذه المشاهدات تصاعديا*** ، ثم نجد رتبة الوسيط و يكون :

- في حالة **عدد القيم** مفرد فان الوسيط يقابل الرتبة RANK : $\frac{n+1}{2}$

مثال 13 : لدينا القيم التالية 5, 8, 7 , 6 , 9 اوجد الوسيط

حل المثال 13 : يجب ترتيب القيم تصاعديا 5, 6, 7 , 8 , 9,

Rank = $\frac{5+1}{2}$ Rank = 3 Me = 7

كما يمكن ايجادها من خلال الجدول التالي كما يلي

Xi	fi	Cfi↑
5	1	1
6	1	2
7	1	3
8	1	4
9	1	5
	5	

رتبة الوسيط ($\frac{N}{2}$)

2.5 =($\frac{5}{2}$) **نجدها في التكرار التجمعي الصاعد (بين الرتبة 2 و الرتبة 3) ، اذا القيمة المقابلة تكون لاكبر رتبة ، اذا قيمة الوسيط = 7**

- في حالة عدد القيم زوجي فان الوسيط هو متوسط القيمتين اللتين ترتيبهما ($\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$)

مثال 14 اوجد الوسيط من القيم التالية 1, 5, 6 , 8 , 10 , 11

حل المثال 14

إيجاد رتبة ($\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$)

($\frac{N}{2}$) _____ ($\frac{6}{2}$) = **3** **تقابلها القيمة 6**

$\frac{n}{2}+1$ ($\frac{6}{2}+1$) = **4** **تقابلها القيمة 8**

[17] موسى عبد الناصر : مرجع سبق ذكره ، ص 58.

اذا قيمة الوسيط هي $\frac{6+8}{2}$ **و منه قيمة الوسيط = 7**

xi	fi	Cfi↑
1	1	1
5	1	2
6	1	3
8	1	4
10	1	5
11	1	6
	6	

ب_ إيجاد الوسيط لبيانات متكررة: إذا كانت البيانات المراد حساب الوسيط لها متكررة (لها تكرارات) فيجب إتباع الخطوات التالية[18]:

- نحسب التكرار المتجمع الصاعد لقيم الظاهرة.
- نحدد ترتيب الوسيط $\frac{N}{2}$ (حيث N = مجموع التكرارات).
- نبحث عن القيمة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر من $\frac{N}{2}$ مباشرة وهي القيمة التي تمثل الوسيط.

ج_ إيجاد الوسيط في حالة توزيع تكراري :في هذه الحالة يحسب الوسيط بإتباع الخطوات التالية :

_ تحديد التكرار التجمعي الصاعد او النازل

_ تحديد **ترتيب الوسيط** و هو عبارة عن نصف مجموع التكرارات $\frac{N}{2}$.

_ تحديد فئة الوسيط أي الفئة التي يقع فيها الوسط ، و هي الفئة التي تقابل التكرار التجمعي الصاعد (النازل) الذي يساوي ترتيب الوسيط الأكبر (الأصغر) منه مباشرة .

_ تحديد و حساب الوسيط بتطبيق العلاقة الإحصائية للوسيط كما يلي $Me = lme + \frac{\frac{N}{2} - F1}{fme}.cLme$

حيث :

[18] جيلالي جلاطو : مرج سبق ذكره ، ص 50 .

$\frac{N}{2}$ رتبة الوسيط (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد)

l_{ME} : الحد الأدني للفئة الوسيطية

F_1:يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الوسيطية

f_{me}: يمثل التكرار المطلق للفئة الوسيطية

Cl_{Me} : طول الفئة الوسيطية

مثال 15 يمثل الجدول التالي أجور مجموعة من العمال (الوحدة الف دينار جزائري)

Xi	fi	Cfi↑
[2 4	3	3 F1
4 6	4 f_{me}	7
6 8	2	**9**
8 10]	**2**	**11**
Σ	**11**	

$\frac{N}{2}$ رتبة الوسيط (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد) 5.5

l_{ME} : الحد الأدني للفئة الوسيطية 4

F_1:يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الوسيطية 3

f_{me}: يمثل التكرار المطلق للفئة الوسيطية 4

Cl_{Me} : طول الفئة الوسيطية 2

$$Me = lme + \frac{\frac{N}{2} - F1}{fme}.cLme \qquad Me = 4 + \frac{5.5 - 3}{4}.2 \qquad \mathbf{M\,e = 5.25}$$

50 % من العمال اجرهم اقل من 5.25 (الف دينار جزائري) ، 50 % من العمال اجرهم اكبر من او يساوي 5.25 (الف دينار جزائري)

رابعا : إيجاد قيمة الوسيط بيانيا

نجد الوسيط بيانيا من تقاطع منحنى الاكرار التجمعي الصاعد و النازل ، و يمكن أيضا عن طريق منحنى التكرار التجمعي الصاعد فقط بتحديد رتبة الوسيط في لمحور العمودي و اسقاطها على محور القيم

5.1.2 : شبيهات الوسيط

تشمل مقاييس الموقع المماثلة للوسيط : **<u>الربيعيات</u>** و تشمل على (الربيعي الأول Q1 ، الربيعي الثاني Q2 ، الربيعي الثالث Q3) ، أيضا **<u>العشريات</u>** و تشمل على (العشر الأول D1، العشر الثاني D2 ، ..... العشر العاشر D10)، أيضا **<u>المئيات</u>** و تشمل على (المئي الأول P1، المئي الثاني P2 ،....، المئي مئة P100)[19] ، و تحسب جميع هذا المقاييس باستخدام معادلة إيجاد قيمة الوسيط ، و **<u>يتغير فقط طريقة احتساب الرتبة .</u>**

ملاحظة : الرتب نجدها دائما في التكرار التجمعي الصاعد _____ ملاحظة : الرتب نجدها دائما في التكرار التجمعي الصاعد .

أ_ الربيعي Quartiles يقسم المجتمع الى أربعة اقسام

_ رتبة الربيعي الأول = $\frac{N}{4}$ يفسر 25 % من المجتمع .

_ رتبة الربيعي الثاني = $\frac{2N}{4}$ ، و بالتالي فهي تمثل رتبة لوسيط Me و قيمته و تفسر 50 % من المجتمع .

_ رتبة الربيعي الثالث= $\frac{3N}{4}$ ، و يفسر 75 % من المجتمع .

ب_ العشيري Deciles يقسم المجتمع الى عشرة اقسام

_ رتبة العشير الأول = $\frac{N}{10}$ يفسر 10 % من المجتمع .

_ رتبة العشير الثاني = $\frac{2N}{10}$ يفسر 20 % من المجتمع .

_ رتبة العشير الخامس = $\frac{5N}{10}$ و بالتالي فهو يساوي الوسيط Me يفسر 50% من المجتمع .

_ رتبة العشير العاشر $\frac{10N}{10}$ و بالتالي = N و يفسر **100** % من المجتمع .

ج_ المئي Percentiles يقسم المجتمع الى مئة جزء

[19] شفيق العتوم : مرجع سبق ذكره ، ص 142 .

_ **رتبة الميئ الاول** = $\frac{N}{100}$ يفسر1 % من المجتمع .

_ رتبة الميئ الخمسين $\frac{50N}{100}$ = و بالتالي فهو يساوي الوسيطMe، يفسر 50% من المجتمع.

_ رتبة الميئ مئة = $\frac{100N}{100}$ و بالتالي = N و يفسر 100 % من المجتمع .

Me = Q_2 = D_5 = P_{50}

مثال 16 يمثل الجدول التالي أجور مجموعة من العمال (الوحدة الف دينار جزائري)

Xi	fi	Cfi↑
[2 4	3	3
4 6	4	7
6 8	2	**9**
8 10]	**2**	**11**
Σ	**11**	

اوجد ما يلي مع التفسير Q3 , D6 , P73

حل المثال 16

_ حساب قيمة الربيعي الثالث Q_3

_ أولا : رتبة الربيعي الثالث = $\frac{3N}{4}$ = $\frac{3(11)}{4}$ = 8.25(نجدها في التكرار التجمعي الصاعد)

_ ثانيا : إيجاد الفئة الربيعية الثالثة =]8 6 [

_ ثالثا : إيجاد قيمة الربيعي الثالث

$$Q3 = lQ3 + \frac{\frac{3.N}{4} - F1}{fQ3}.cLQ3$$

lQ_3: الحد الأدني للفئة الربيعية الثالثة 6

F_1:يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الربعية← 7

f_{Q3} :يمثل التكرار المطلق للفئة الربيعية الثالثة ← 2

Cl_{Q3}: طول الفئة الربيعية← 2

$Q3 = 6 + \frac{8.25 - 7}{2}.2$ ، **Q3=7.25**

التفسير: 75 % من العمال اجورهم اقل تماما من **7.25 (الف دينار)**، و 25% من العمال اجورهم اكب من او يساوي **7.25 (الف دينار)**،

حساب قيمة العشري السادس D6

_ أولا : رتبة العشري السادس = $\frac{6N}{10} = \frac{6(11)}{10}$ = 6.6(نجدها في التكرار التجمعي الصاعد)

_ ثانيا : إيجاد الفئة العشرية التاسعة =]6 4 [

_ ثالثا : إيجاد قيمة العشري السادس

$$D6 = LD6 + \frac{\frac{6N}{10} - F1}{L_{D9}6}.CLD6 \qquad D6 = 4 + \frac{6.6 - 3}{4}.2$$ ، **D6= 5.8**

L_{D9} : الحد الأدني للفئة العشرية'

F_1 :يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة العشرية 3

f_{D9} :يمثل التكرار المطلق للفئة العشرية 4

Cl_9 : طول الفئة العشري 2

التفسير: 6 اعشار العمال اجورهم اقل تماما من **5.8 (الف دينار)**، و 42 اعشار من العمال اجورهم اكب من او يساوي **5.8 (الف دينار)**،

_ حساب قيمة الميئي ثلاثة سيعين P_{73}

_ أولا : رتبة الميئي ثلاثة و سبعون = $\frac{73N}{100} = \frac{73(11)}{100}$ = 8.03(نجدها في التكرار التجمعي الصاعد)

_ ثانيا : إيجاد الفئة الميئية ثلاثة و سبعون =] 8 6 [

_ ثالثا : إيجاد قيمة الميئي السبعون

$$P73 = lP73 + \frac{\frac{73.N}{100} - F1}{fP73}.cLP73$$

L_{P70} : الحد الأدنى للفئة الميئية6

F_1:يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الميئية 7

f_{p70} :يمثل التكرار المطلق للفئة الميئية 2

Cl_{70} : طول الفئة الميئية 2

، $P73 = 6 + \frac{8.03 - 7}{2}.2$ ، **P_{73}=7.03**

التفسير: 73%من العمال اجورهم اقل تماما من **7.03 (الف دينار)**، و 27% من العمال اجورهم اكب من او يساوي **7.03 (الف دينار)**،

6.1.2 : العلاقة بين الوسط الحسابي ، الوسيط و المنوال Relation between Mean , Median and Mode

$\overline{X}$-Mo=3($\overline{X}$-Me)

يقع الوسيط في كل الحالات بين الوسط الحسابي و المنوال و ذلك حسب الحالات التالية :

الحالة الأولى Symmetrical distribution : تكون قيم المقاييس الثلاثة متساوي $\overline{X}$ =Me=Mo و في هذه الحالة يكون التوزيع التكراري المدروس متماثل او متناظر .

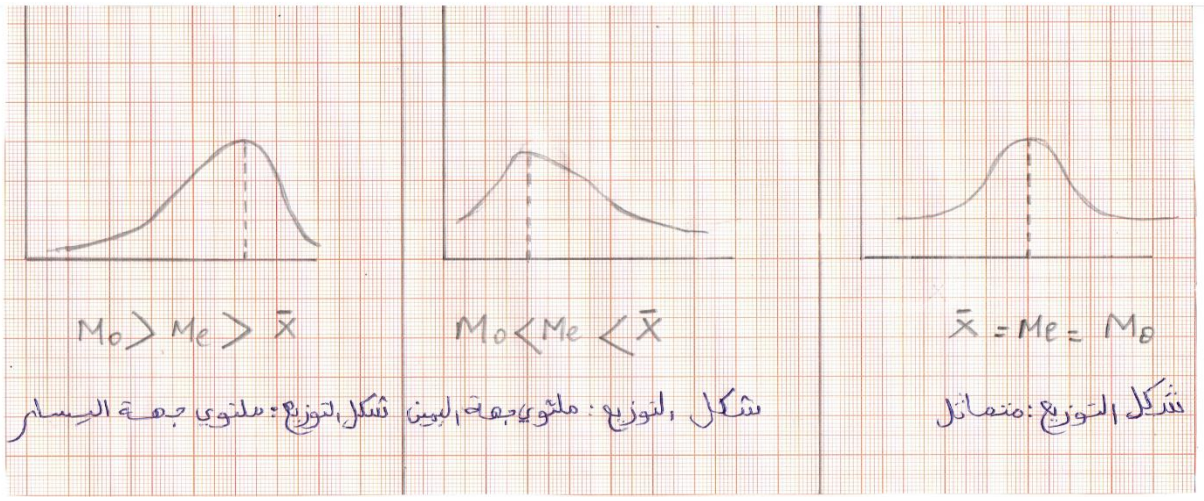
الحالة الثانية skewed right distribution (Positively skewed distribution): عندما يكون التوزيع التكراري المدروس غير متناظر من اليمين تكون المقاييس الثلاثة بالشكل التالي :$\overline{X}$ ⟩Me⟩Mo

الحالة الثالثة skewed left distribution (Negatively skewed distribution) : عندما يكون التوزيع التكراري المدروس غير متناظر من اليسار تكون المقاييس الثلاثة بالشكل التالي :$\overline{X}$ ⟨Me⟨Mo

تحديد شكل توزيع البيانات

يمكن استخدام الوسط الحسابي و الوسيط و المنوال في تحديد شكل المنحنى التكراري كما يلي [20]:

[20] ولاء احمد الفزار و اخرون : علم الإحصاء ، المعهد التقني ، نينوى ، 2014 ، ص 57.



تمثيل بياني يوضح شكل توزيع البيانات

_ شكل التوزيع المتماثل :

$\bar{X}$ -Mo=3($\bar{X}$ - Me)

مثال 17 : بناءا على معطيات **المثال 3، و المثال 11 و المثال 15** اوجد شكل التوزيع .

حل المثال17 :

$\bar{X}$ = 5.44 〉Me = 5.25 〉 Mo= 4.67

_ إذا شكل التوزيع ملتوي جهة اليمين غير متناظر من اليمين

_ شكل التوزيع ملتوي جهة اليمين :$\bar{X}$ -Mo 〉0

_ شكل التوزيع ملتوي جهة اليسار : $\bar{X}$ -**Mo** 〈0

و منه نستنتج معامل بيرسن للاتواء كما يلي :

شكل التوزيع المتماثل ⟶ SP= 0

شكل التوزيع ملتوي جهة اليمين ⟶ SP〉0

شكل التوزيع ملتوي جهة اليسار ⟶ SP〈0

مسرد مصطلحات الفصل الثاني

Statistics symbols and rules OF CHAPTER 2

Glossary from second chapter

Glossary	مسرد مصطلحات
measures of central tendency	**مقاييس النزعة المركزية**
Mean	المتوسط الحسابي
Geometric Mean	الوسط الهندسي
Median	الوسيط
Quartiles	الربيعيات
Deciles	العشريات
Percentiles	الميئيات
Mode	المنوال
Rank	الرتبة (نستخرجها من التكرار التجمعي الصاعد)
Symmetrical distribution	توزيع متماثل
skewed right distribution	توزيع ملتوي نحو اليمين
skewed left distribution	توزيع ملتوي نحو اليسار

Glossary	symbols	rules
الوسط الحسابي Mean		
الوسط الحسابي من البيانات المفردة (الغير مبوبة)	$\overline{X}$	$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots\ldots + X_n}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{N}$
الوسط الحسابي المرجح		$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} fi}$
الوسط الحسابي في حالة توزيع تكراري		$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} fi_i m_i}{\sum_{i=1}^{n} fi}$
طريقة الانحراف حول وسط فرضي في حالة البيانات الغير مبوبة		$\overline{X} = A + \sum_{i=1}^{n} \frac{di}{N}$ A: الوسط الفرضي **يتم اختيار الوسط الفرضي للقيمة المقابلة لاكبر تكرار** di : انحراف القيمة عن الوسط الفرضي A ، بمعنى di=Xi-A
طريقة الانحراف حول وسط فرضي في حالة بيانات مبوبة		$\overline{X} = A + \frac{\sum_{i=1}^{n} f_1(mi - A)}{\sum f_i}$ $\overline{X}$ = الوسط الحسابي / A : الوسط الفرضي يتم اختيار الوسط الفرضي للقيمة المقابلة لأكبر تكرار mi: مركز الفئة

الوسط الهندسي Geometric Mean		
الوسط الهندسي البيانات المفردة (الغير مبوبة)	**G**	$\text{Log } G=\frac{1}{N}(\text{Log } x1+\text{Log}x2+....\text{Log}xn)$
الوسط الهندسي المرجح		$\text{Log } G=\frac{1}{N}(f_1\text{Log } x_1+f_2\text{Log}x_2+....f_n\text{Log}x_n)$
الوسط الهندسي في حالة الجدول بالفئات		$\text{Log } G=\frac{1}{N}(f_1\text{Log } m_1+f_2\text{Log}m_2+....f_n\text{Log}m_n)$
المنوال Mode		
انطلاقا من التوزيع	**Mo**	المنوال هو القيمة Xi التي تقابل اكبر تكرار
المنوال في حالة جدول بالفئات منتظمة		$M_0 = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.clmo$ L_{mo} :الحد الأدنى للفئة المنوالية d1 :الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها. d2 :الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها f_o :تكرار الفئة المنوالية f_1 تكرار الفئة ما قبل الفئة المنوالية f_2 تكرار الفئة ما بعد الفئة المنوالية cl_{mo}: طول الفئة المنوالية
المنوال في حالة جدول بالفئات الغير منتظمة **تفس القانون السابق لكن يجب التعديل التكرار.**		تفس القانون السابق لكن يجب التعديل التكرار . حيث : $AF=\frac{L'}{L}.fi$ **A F**= Adjusted Frequency التكرار المعدل **L**= طول الفئة الاصلية

طول الفئة المرجعية ، و يتم اختيارها بأخذ = **L'** اصغر طول فئة في الجدول التكرار الأصلي للفئة = **fi**		
الوسيط Median		
_في حالة عدد القيم فردي نطبق العلاقة التالية $Me = \frac{n+1}{2}$. _في حالة عدد القيم زوجي فان الوسيط هو متوسط القيمتين اللتين ترتيبهما ($\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$)	Me	**الوسيط في حالة سلسلة او توزيع**
$Me = lme + \frac{\frac{N}{2} - F1}{fme}.cLme$ $\frac{N}{2}$ رتبة الوسيط (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد) l_{ME} : الحد الأدني للفئة الوسيطية F_1:يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الوسيطية f_{me} :يمثل التكرار المطلق للفئة الوسيطية Cl_{Me} : طول الفئة الوسيطية		**الوسيط في حالة جدول بالفئات**

شبيهات الوسيط		
الربيعيات Quartiles		
الربيعي في حالة سلسلة او توزيع في حالة عدد القيم فردي	Q	$Q_n = \frac{n.N}{4}$
الربيعي في حالة جدول بالفئات		$Qn = lQn + \frac{\frac{n.N}{4} - F1}{fQn}.cLQn$ $\frac{n.N}{4}$ رتبة الربيعي (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد) L_{Qn} : الحد الأدني للفئة الربيعية F_1:يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الربعية

fQn :يمثل التكرار المطلق للفئة الربيعية Cl_Q : طول الفئة الربيعية		
العشريات Deciles		
$D_n = \frac{n.N}{10}$	**D**	**العشيري في حالة سلسلة لعدد القيم فردي**
$D = lDn + \frac{\frac{n.N}{10} - F1}{fDn}.cLDn$ $\frac{n.N}{10}$ رتبة الربيعي (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد) L_{Dn} : الحد الأدني للفئة العشرية F_1 :يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة العشرية f_{Dn} :يمثل التكرار المطلق للفئة العشرية Cl_D : طول الفئة العشري		**العشيري حالة جدول بالفئات**
الميئيات Percentiles		
$P_n = \frac{n.N}{100}$	**P**	**الميئي في حالة سلسلة لعدد القيم فردي**
$P = lPn + \frac{\frac{n.N}{100} - F1}{fPn}.cLPn$ $\frac{n.N}{100}$ رتبة الربيعي (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد) L_{Pn} : الحد الأدني للفئة الميئية F_1:يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الميئية f_{pn} :يمثل التكرار المطلق للفئة الميئية Cl_p : طول الفئة الميئية		**الميئي حالة جدول بالفئات**