السلسلة4: مقاييس النزعة المركزية : الوسط الحسابي ،المنوال الوسيط

series n4 : measures of central tendency : Mean, ,Mode,Median .

__Dr: Noui, Lounissi, Boukhdir

قبل البدء في سلسلة 4 من تمارين الفصل 2، يجب على الطلاب معرفة المصطلحات الإحصائية باللغة الإنجليزية المستخدمة في هذا الفصل

Glossary from series n4

Glossary	مسرد مصطلحات
measures of central tendency	مقاييس النزعة المركزية
Mean	الوسط الحسابي
Mode	المنوال
Median	الوسيط
Rank	الرتبة (نستخرجها من التكرار التجمعي الصاعد)

Glossary	symbols	rules
Mean الوسط الحسابي		
الوسط الحسابي في حالة بيانات مبوبة	$\overline{X}$	$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} fi_i m_i}{\sum_{i=1}^{n} fi}$
طريقة الانحراف حول وسط فرضي في حالة بيانات مبوبة		$\overline{X} = A + \frac{\sum_{i=1}^{n} f_1(mi - A)}{\sum f_i}$ $\overline{X}$ = الوسط الحسابي / A : الوسط الفرضي يتم اختيار الوسط الفرضي للقيمة المقابلة لأكبر تكرار mi: مركز الفئة

المنوال MODE		
$M_0 = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.clmo$ L_{mo} :الحد الأدنى للفئة المنوالية d1 :الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها. d2 :الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها f_o :تكرار الفئة المنوالية f_1 تكرار الفئة ما قبل الفئة المنوالية f_2 تكرار الفئة ما بعد الفئة المنوالية cl_{mo} :طول الفئة المنوالية	MO	المنوال في حالة جدول بالفئات (منتظمة الطول)
تفس القانون السابق لكن يجب التعديل التكرار . حيث : $AF = \frac{L'}{L}.fi$ **A F**= Adjusted Frequency التكرار المعدل **L**= طول الفئة الاصلية **L'** = طول الفئة المرجعية ، و يتم اختيارها بأخذ اصغر طول فئة في الجدول **fi** = التكرار الأصلي للفئة	MO	المنوال في حالة جدول بالفئات الغير منتظمة تفس القانون السابق لكن يجب التعديل التكرار.
الوسيط Median		
$Me = lme + \frac{\frac{N}{2} - F1}{fme}.cLme$ $\frac{N}{2}$ رتبة الوسيط (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد) l_{ME} : الحد الأدني للفئة الوسيطية F_1:يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الوسيطية f_{me} :يمثل التكرار المطلق للفئة الوسيطية Cl_{Me} :طول الفئة الوسيطية	ME	الوسيط في جدول بالفئات

ملاحظة 1 : بالنسبة لحساب الوسط الحسابي للقيم المفردة و المرجحة بالطريقة المباشرة و طريقة الانحراف عن الوسط الفرضي فقد تم توضيحها في المحاضرات يرجى من الطلاب الاطلاع عليها (يلزم بها الطالب في الامتحان).

التمرين الأول

الجدول التالي يمثل توزيع 50 عاملا حسب الدخل الشهري (10^3 دج).

Xi	fi
[09 14[	15
[14 19[	11
[19 24[	9
[24 29 [	10
[29 34]	5
$\sum$ fi	**50**

المصدر : مثال افتراضي

أ_ احسب الوسط الحسابي بالطريقة المباشرة .

ب_ أحسب الوسط الحسابي باستخدام طريقة الانحراف حول وسط فرضي.

ت_ اوجد قيمة المنوال حسابيا و بيانيا ، ث_ اوجد قيمة الوسيط حسابيا و بيانيا

ج_ اوجد شكل التوزيع التكراري

التمرين الثاني

الجدول التالي يوضح توزيع درجات الإحصاء في عينة مكونة من 86 طالب كما يلي:

xi	fi
[2 4[	14
[4 8[	40
[8 12[	02
[12 15[	24
[15 18]	06
$\sum$	86

_اوجد المنوال حسابيا و بيانيا

حل التمرين الأول

الجدول التالي يمثل توزيع 50 عاملا حسب الدخل الشهري (10^3 دج).

Xi	fi	mi	mifi	mi-A	fi(mi-A)	cfi↑
[09 14[	15	11.5	172.5	11.5-26.5= -15	- 225	15
[14 19[	11	16.5	181.5	-10	- 110	26
[19 24[	9	21.5	193.5	-5	-45	35
[24 29 [	10	26.5	265	0	0	45
[29 34]	5	31.5	157.5	5	25	50
Σ	**50**		**970**		**-355**	

المصدر : مثال افتراضي

أ_ حساب قيمة المتوسط الحسابي بالطريقة المباشرة .

$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} fi} \qquad \overline{X}=\frac{970}{50} \qquad \overline{X}=19.4$$

_ التفسير: متوسط أجور 50 عاملا هو 19.5 الف دينار جزائري

ب_ حساب قيمة المتوسط الحسابي باستخدام طريقة الانحراف حول وسط فرضي.

نختار A=26.5

$$\boxed{\overline{X}=A+\frac{\sum_{i=1}^{n} f_1(m_i-A)}{\sum f_i}} \qquad \boxed{\overline{X}=26.5+\frac{-355}{50}} \qquad \boxed{\overline{X}=19.5}$$

_ التفسير: متوسط أجور 50 عاملا هو 19.5 الف دينار جزائري

_ إيجاد قيمة المنوال حسابيا

ملاحظة2 : بالنسبة لإيجاد قيمة المنوال من (القيم المفردة) فقد تم توضيحها في المحاضرات يرجى من الطلاب الاطلاع عليها (يلزم بها الطالب في الامتحان).ايضا ايجاب المنوال (بيانيا) في حالة المتغير الكمي المتقطع ، أيضا إيجاد المنوال (بيانيا) في حالة المتغير النوعي فقد تم توضيحها في المحاضرات يرجى من الطلاب الاطلاع عليها (يلزم بها الطالب في الامتحان).

نطبق طريقة بيرسون كما يلي :

$$M_0=Lmo+\frac{d_1}{d_1+d_2}.clmo$$

أولا : إيجاد الفئة المنوالية ،] 14 9] لأنها تقابل اكبر تكرار يساوي 15 .

ثانيا :حساب قيمة المنوال حيث :

L_{mo} :الحد الأدنى للفئة المنوالية = 9

f_o :تكرار الفئة المنوالية = 15

f_1 تكرار الفئة ما قبل الفئة المنوالية = 0

f_2 تكرار الفئة ما بعد الفئة المنوالية = 11

cl_{mo}: طول الفئة المنوالية ← **14-9 = 5**

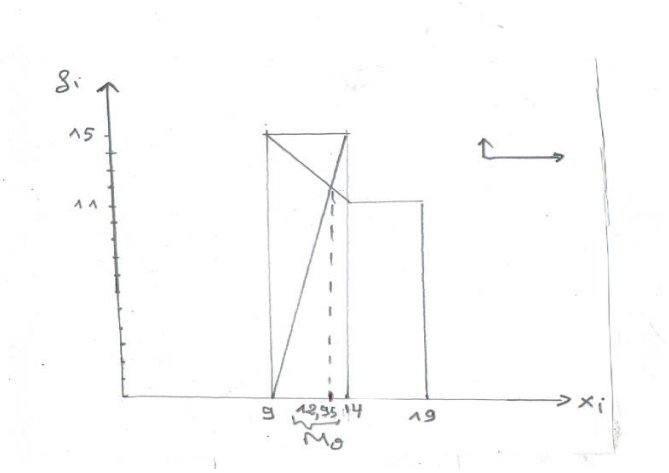
d1 :الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها. ← **15-0=15**

d2 :الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها← **15-11= 4**

$$M_0 = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.clmo \quad \rightarrow \quad M_0 = 9 + \frac{15}{15+4}.5 \rightarrow \textbf{Mo = 12.95}$$

التفسير : الاجر الأكثر انتشارا بين 50 عاملا هو 12.95 (10^3 دج).

_ إيجاد قيمة المنوال بيانيا



تمثيل بياني باستخدام المدرج التكراري يوضح الاجر الأكثر انتشارا

_ حساب قيمة الوسيط و تفسيره

ملاحظة 3: إيجاد قيمة الوسيط من عدد القيم المفردة و الزوجية فقد تم عرضها في المحاضرات يرجى من الطلاب الاطلاع عليها (يلزم بها الطالب في الامتحان).

أولا : إيجاد الرتبة : رتبة الوسيط هي $\frac{N}{2}$ ← $\frac{50}{2}$ ← **25** ((نجدها في التكرار التجمعي الصاعد)) .

ثانيا : الفئة الوسيطية]19 14]

ثالثا : إيجاد قيمة الوسيط

$$Me = lme + \frac{\frac{N}{2} - F1}{fme}.cLme$$

$\frac{N}{2}$ رتبة الوسيط (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد) ← 25

L_{me} : الحد الأدني للفئة الوسيطية ← 14

F_1:يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الوسيطية ← 15

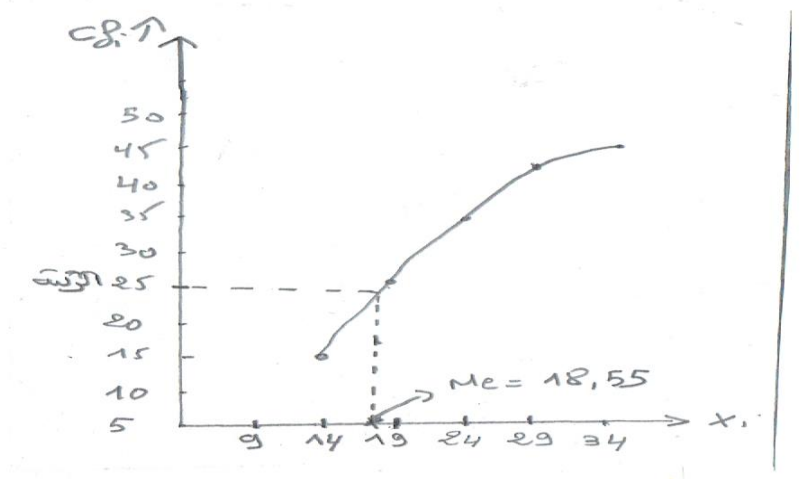
f_{me} :يمثل التكرار المطلق للفئة الوسيطية← 11

Cl_{me}: طول الفئة الوسيطية← 5

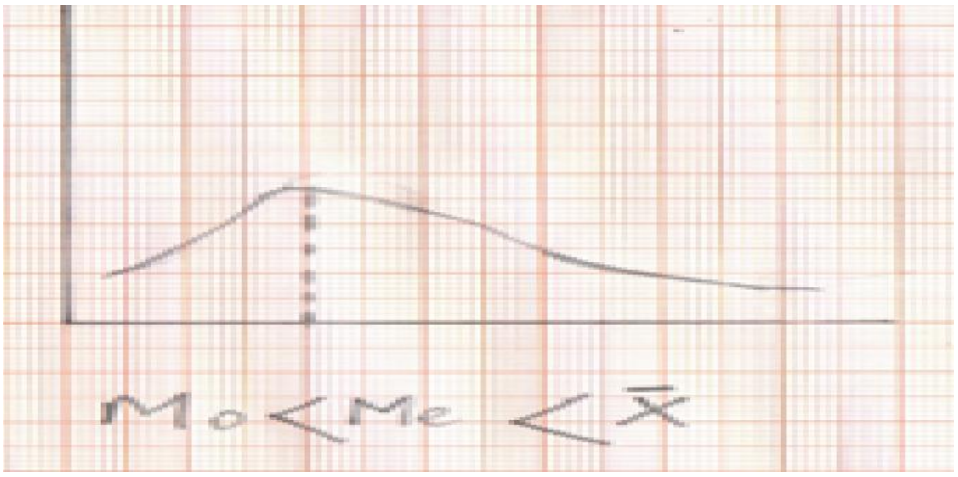
$$Me = lme + \frac{\frac{N}{2} - F1}{fme}.cLme \rightarrow Me = 14 + \frac{25-15}{11}.5 \rightarrow \mathbf{Me = 18.55}$$

50% من العمال اجرهم اقل تماما من 18.55 (10^3 دج)، و50% من العمال اجرهم اكبر من او يساوي 18.55 (10^3 دج).

_ إيجاد قيمة الوسيط بيانيا



_ ايجاد شكل التوزيع



$\overline{X}$ = 19.5 〉 **Me = 18.55** 〉 **Mo = 12.95**

$\overline{X}$ 〉Me〉Mo: عندما يكون التوزيع التكراري المدروس **غير متناظر من اليمين** تكون المقاييس الثلاثة بالشكل التالي

(Positively skewed distribution) skewed right distribution

_ حل التمرين 2

نلاحظ من خلال الجدول ان طول الفئات غير متساوي ، لذلك يجب **التعديل التكراري للفئات**

حيث نقوم بتعديل التكرارات لكل فئة

$$A\,F = \frac{L'}{L}.fi$$

A F= التكرار المعدل Adjusted Frequency

L' = طول الفئة المرجعية ، و يتم اختيارها بأخذ اصغر طول فئة في الجدول

L= طول الفئة الاصلية

fi = تكرار الفئة الاصلية

L' =2

xi	fi	L	f_i'
[2 4[	14	2	14
[4 8[	40	**4**	**20**
[8 12[	02	4	01
[12 15[	24	3	16
[15 18]	06	3	04
$\sum$	86	/	/

المصدر : مثال افتراضي

_ لحساب المنوال نطبق طريقة بيرسون كما يلي :

$$M_0 = Lmo + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.clmo$$

أولا : إيجاد الفئة المنوالية ،]8 4[لأنها تقابل اكبر تكرار يساوي 20.

ثانيا :حساب قيمة المنوال حيث :

L_{mo} :الحد الأدنى للفئة المنوالية = 4

f_o' :التكرار المعدل للفئة المنوالية = 20

f_1' التكرار المعدل للفئة ما قبل الفئة المنوالية = 14

f_2' التكرار المعدل للفئة ما بعد الفئة المنوالية = 01

cl_{mo}: طول الفئة المنوالية ← 5

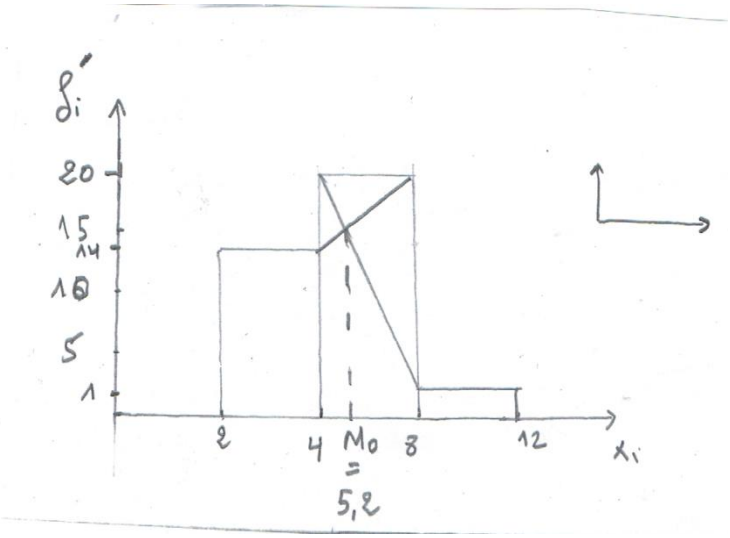
d1 :الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها. ← 20-14=6

d2 :الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها← 20-1= 19

$$M_0 = 4 + \frac{6}{6+19}5 \rightarrow \text{Mo} = 5.2$$

التفسير: درجة الإحصاء الأكثر انتشارا بين الطلاب هي 5.2

إيجاد قيمة المنوال بيانيا



قبل البدء في السلسلة رقم 5من تمارين الفصل 2، يجب على الطلاب معرفة المصطلحات الإحصائية باللغة الإنجليزية المستخدمة في هذا الفصل

Glossary from series n 5

Glossary	مسرد مصطلحات
Quartiles	الربيعيات
Deciles	العشريات
Percentiles	الميئيات
Geometric mean	الوسط الهندسي

Glossary	symbols	rules
Quartiles الربيعيات **الربيعي في حالة جدول بالفئات**	Q	$Qn = lQn + \frac{\frac{n.N}{4} - F1}{fQn}.cLQn$ $\frac{n.N}{4}$ رتبة الربيعي (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد) L_{Qn} : الحد الأدني للفئة الربيعية F_1:يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الربعية fQn :يمثل التكرار المطلق للفئة الربيعية Cl_{Qn} : طول الفئة الربيعية

العشرياتDeciles العشري في حالة جدول بالفئات	D	$D = lDn + \frac{\frac{n.N}{10} - F1}{fDn}.cLDn$ $\frac{n.N}{10}$ رتبة الربيعي (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد) L_{Dn} : الحد الأدني للفئة العشرية F_1 :يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة العشرية f_{Dn} :يمثل التكرار المطلق للفئة العشرية Cl_D : طول الفئة العشري
الميئيات Percentiles الميئيي في حالة جدول بالفئات	P	$P = lPn + \frac{\frac{n.N}{100} - F1}{fPn}.cLPn$ $\frac{n.N}{100}$ رتبة الربيعي (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد) L_{Pn} : الحد الأدني للفئة الميئية F_1:يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الميئية f_{pn} :يمثل التكرار المطلق للفئة الميئية Cl_p : طول الفئة الميئية
الوسط الهندسي		
الوسط الهندسي في حالة الجدول بالفئات	G	$\text{Log } G=\frac{1}{N}(f_1 \text{Log } m_1+f_2 \text{Log} m_2+....f_n \text{Log} m_n)$

ملاحظة :

_ إيجاد **قيمة المنوال** من **سلسلة القيم المفردة والمرجحة أيضا حساب المنوال من الجدول الغير منتظم** فقد تم توضيحها في المحاضرات يرجى من الطلاب الاطلاع عليها **(يلزم بها الطالب في الامتحان) فعلى الطلاب مراجعتها من المحاضرات .**

_إيجاد قيم الوسيط من القيم الفردة و المرجحة فقد تم توضيحها في المحاضرات يرجى من الطلاب الاطلاع عليها **(يلزم بها الطالب في الامتحان) فعلى الطلاب مراجعتها من المحاضرات .**

التمرين الأول

الجدول التكراري التالي يبين اطوال 40 تلميذا في احدى المدارس ، (الوحدة سنتم)

Xi	fi
[100 109	1
109 118	1
118 127	6
127 136	15
136 145	7
145 154	5
154 163]	5
Σ	**40**

المصدر : مثال افتراضي

_ مع العلم ان **قيمة الوسيط = 134.2سنتم**

_ احسب قيمة : الربيعي الأول مع التفسير ، قيمة الربيعي الثاني مع التفسير (ماذا تنستنتج)، قيمة الربيعي الثالث مع التفسير .

_ احسب قيمة العشري التاسع مع التفسير . _ احسب قيمة الميئ السبعون مع التفسير .

_ اوجد بيانيا : قيمة الربيعي الأول ، قيمة العشيري التاسع و قيمة الميئ سبعين.

التمرين الثاني

ملاحظة2 : بالنسبة لحساب الوسط الهندسي للقيم المفردة و المرجحة فقد تم توضيحها في المحاضرات يرجى من الطلاب الاطلاع عليها (يلزم بها الطالب في الامتحان).

الجدول التالي يوضح الاجر الشهري ل 80عامل الوحدة بالدينار.

Xi	fi
[100 - 200	10
200 - 300	11
300 - 400	25
400 - 500	20
500 – 600]	14
	80

اوجد قيمة الوسط الهندسي

حل التمرين الأول

جدول توزيع تكراري يوضح طول 40 تلميذ في احدى المدارس

Xi	fi	Cfi ↗
[100 109	1	1
109 118	1	2
118 127	6	8
127 136	15	23
136 145	7	30
145 154	5	35
154 163]	5	40
Σ	**40**	/

المصدر : مثال افتراضي

_ حساب قيمة الربيعي الأول Q_1

_ أولا : رتبة الربيعي الأول = $\frac{N}{4}$ = $\frac{40}{4}$ = 10(نجدها في التكرار التجمعي الصاعد)

_ ثانيا : إيجاد الفئة الربيعة الاولى =]136 127[

_ ثالثا : إيجاد قيمة الربيعي الأول

$$Q1 = lQ1 + \frac{\frac{1.N}{4} - F1}{fQ1}.cLQ1 \quad ، \quad Q1 = 127 + \frac{10-8}{15}.9$$ ، **Q_1= 128.19سنتم**

L_{Q1} : الحد الأدني للفئة الربيعية الأولى 127

F_1:يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الربعية← 8

f_{Q1} :يمثل التكرار المطلق للفئة الربيعية← 15

Cl_{Q1} : طول الفئة الربيعية←9

التفسير: 25 % من التلاميذ اطوالهم اقل تماما من 128.19 سنتم ، و 75 % من التلاميذ اطوالهم اكبر من او يساوي 128.19 سنتم .

_ حساب قيمة الربيعي الثاني Q_2

_ أولا : رتبة الربيعي الثاني = $\frac{2N}{4}$ = $\frac{80}{4}$ = 20(نجدها في التكرار التجمعي الصاعد)

_ ثانيا : إيجاد الفئة الربيعة الثانية = **136** **127**

L_{Q2} : الحد الأدني للفئة الربيعية الثانية 127

F_1:يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الربيعية← 8

f_{Q2} :يمثل التكرار المطلق للفئة الربيعية← 15

Cl_{Q2} : طول الفئة الربيعية←9

_ ثالثا : إيجاد قيمة الربيعي الثاني

$$Q2 = lQ2 + \frac{\frac{2.N}{4} - F1}{fQ2}.cLQ2 \qquad Q2 = 127 + \frac{20-8}{15}.9$$ Q2=134.2

هي نفس قسمة الوسيط وبالتالي نستنتج ان الربيعي الثاني هو نفسه الوسيط .

_ حساب قيمة الربيعي الثالث Q_3

_ أولا : رتبة الربيعي الثالث = $\frac{3N}{4} = \frac{3(40)}{4} = 30$ (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد)

_ ثانيا : إيجاد الفئة الربيعية الثالثة = **]145 136[**

_ ثالثا : إيجاد قيمة الربيعي الثالث

$$Q3 = lQ3 + \frac{\frac{3.N}{4} - F1}{fQ3}.cLQ3$$

lQ_3: الحد الأدني للفئة الربيعية الثالثة 136

F_1:يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الربعية← 23

f_{Q3} :يمثل التكرار المطلق للفئة الربيعية الثالثة ← 7 ،،، Cl_{Q3}: طول الفئة الربيعية← 9

$Q3 = 136 + \frac{30 - 23}{7}.9$ ، **Q3=145**

التفسير: 75 % من التلاميذ اطوالهم اقل تماما من **145**سنتم ، و 25% من التلاميذ اطوالهم اكبر من او يساوي **145** سنتم.

_ حساب قيمة العشري التاسع D_9

_ أولا : رتبة العشري التاسع = $\frac{9N}{10} = \frac{9(40)}{10} = 36$ (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد)

_ ثانيا : إيجاد الفئة العشرية التاسعة =]163 154[

_ ثالثا : إيجاد قيمة العشري التاسع

$$D9 = lD9 + \frac{\frac{n.N}{10} - F1}{fD9}.cLD9$$

L_{D9} : الحد الأدني للفئة العشرية 154

F_1 :يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة العشرية 35

f_{D9} :يمثل التكرار المطلق للفئة العشرية 5

Cl_9 : طول الفئة العشري 9

$$D9 = XD9 + \frac{\frac{9N}{10} - N_0}{n_{D9}}.L \qquad D9 = 154 + \frac{36-35}{5}.9 \text{ ، } \mathbf{D9=155.8}$$

التفسير: تسعة من عشر أجزاء من التلاميذ اطوالهم اقل تماما من 155.8 سنتم .

_ حساب قيمة الميئي سيعين P_{70}

_ أولا : رتبة الميئي سبعون $= \frac{70N}{100} = \frac{70(40)}{100} = 28$ (نجدها في التكرار التجمعي الصاعد)

_ ثانيا : إيجاد الفئة الميئية سبعون = [136 145 [

_ ثالثا : إيجاد قيمة الميئي السبعون

$$P70 = lP70 + \frac{\frac{n.N}{100} - F1}{fP70}.cLP70$$

L_{P70} : الحد الأدني للفئة الميئية 136

F_1:يمثل التكرار التجمعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الميئية 23

f_{p70} :يمثل التكرار المطلق للفئة الميئية 7

Cl_{70} : طول الفئة الميئية 9

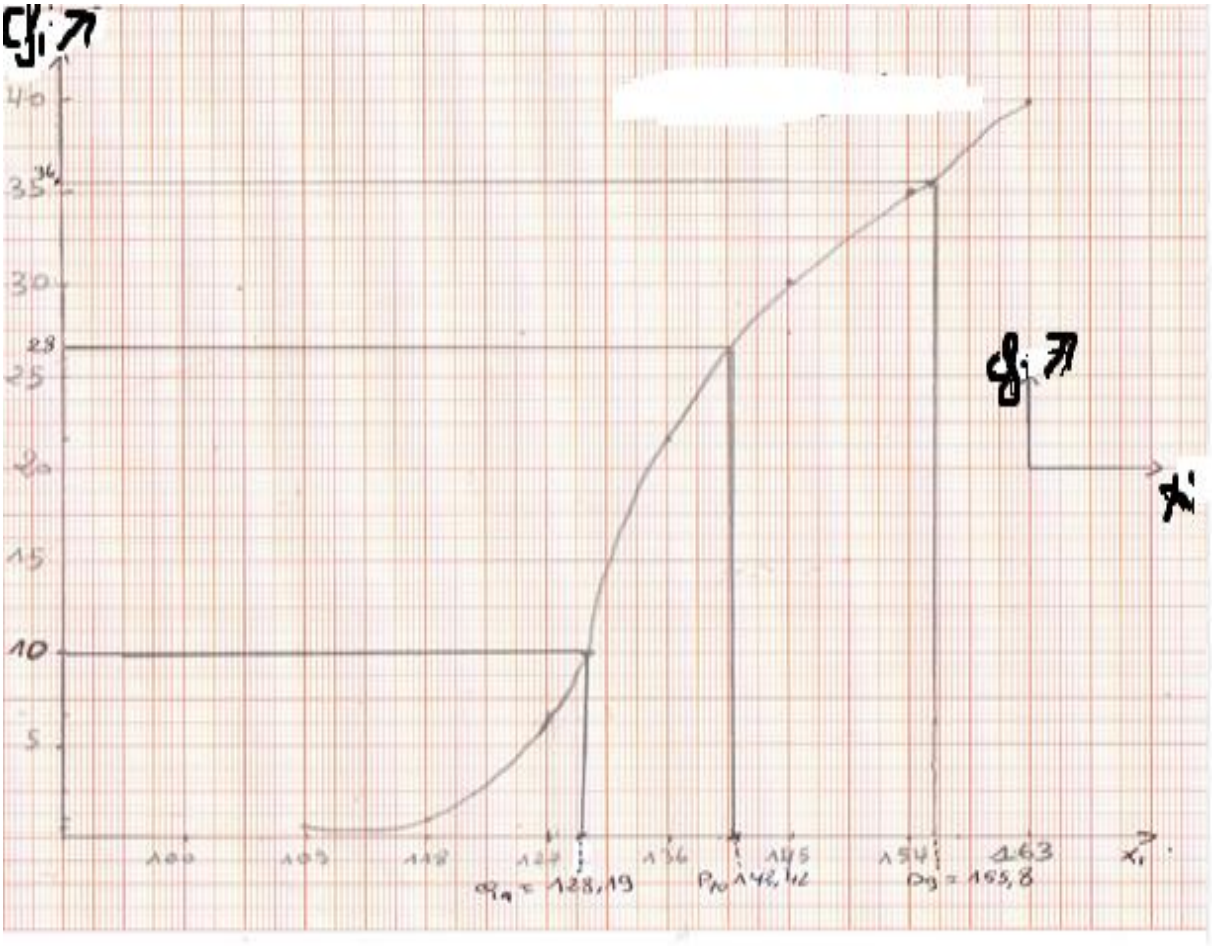
$$P70 = XP70 + \frac{\frac{70N}{100} - N_0}{n_{P70}}.L \text{ ، } P70 = 136 + \frac{28-23}{7}.9 \text{ ، } \mathbf{P_{70}=142.42}$$

التفسير: 70% من التلاميذ اطوالهم اقل تماما من 142.42 سنتم ، و 30 % من التلاميذ اطوالهم اكبر من او يساوي 142.42 سنتم

تذكير :

$Me = Q_2 = D_5 = P_{50}$

_ التمثيل البياني لقيمة الربيعي الأول ، العشيري التاسع و الميئي سبعين



_ حل التمرين الثاني

Xi	fi	mi	Log (mi)	fiLog(mi)
[100 - 200	10	150	2.1761	21.761
200 - 300	11	250	2.3979	26.3769
300 - 400	25	350	2.5441	63.6025
400 - 500	20	450	2.6532	53,064
500 – 600]	14	550	2.7404	38.3656
	80			**203.17**

$$\text{Log } G = \frac{203.17}{80} \rightarrow \text{Log } G = 2.5396 \rightarrow G = 346.4176$$