المحور الخامس: الطريقة البيانية والطريقة الجبرية لحل مشاكل البرمجة الخطية

أولا: الطريقة البيانية

1- تعريف الطريقة البيانية

تعتمد هذه الطريقة على رسم المشكلة وذلك من خلال رسم المحاور والتي تمثل المنتجات ثم رسم المستقيمات التي تمثل القيود، وهي صالحة لنماذج ذات متغيرين فقط.

2- خطوات الحل البياني

يضم الحل البياني الخطوات التالية:

- ✓ التشكيل الرياضي للمسألة؛
- ✓ الشكل القياسي للبرنامج (تحويل المتراجحات الى معادلات)؛
- ✓ ايجاد نقط تقاطع القيود مع المحاور؛
- ✓ تحديد منطقة الحلول الممكنة؛
- ✓ تحديد الربح أو التكلفة عند نقاط منطقة الحلول؛
- ✓ تحديد الحل الأمثل الذي يحقق اعظم ربح أو أقل تكلفة.

مثال :

أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي بيانيا:

$$\begin{cases} 2X1 + 4X2 \leq 400 \\ 6X1 + 3\ X2 \leq 600 \end{cases} \qquad X1, X2 \geq 0$$

$$\text{Max } (Z) = 8\ X1 + 5\ X2$$

1- تحويل المتراجحات الى معادلات:

تم تحديد النقاط التالية:

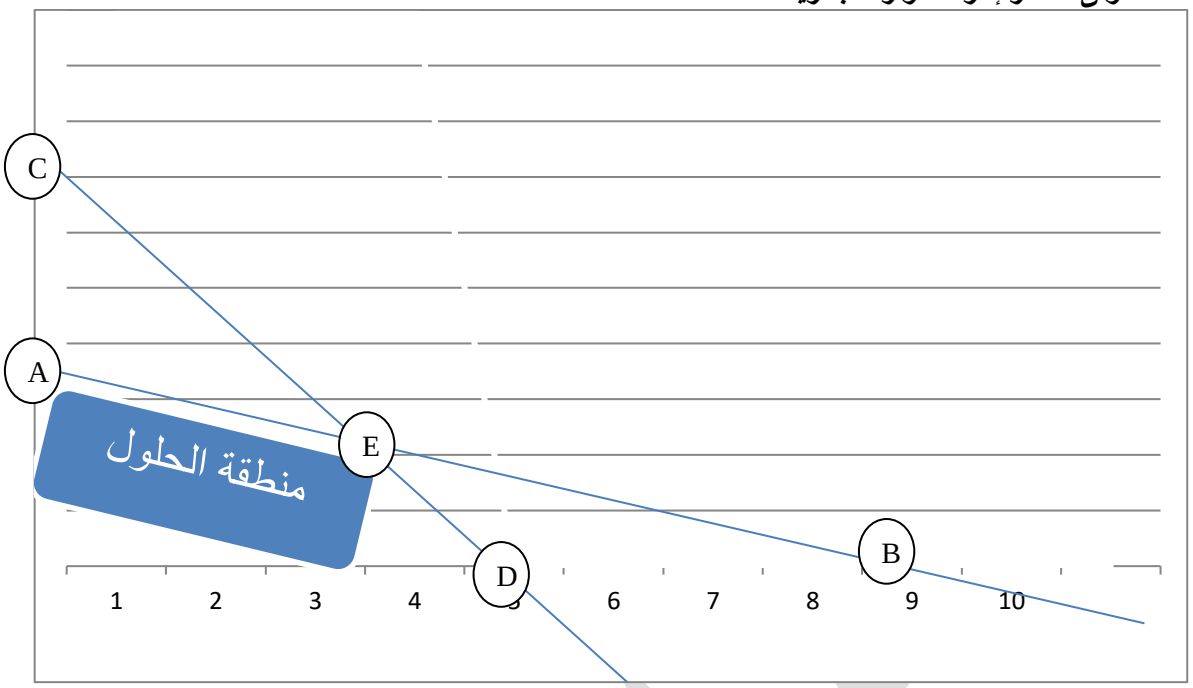
A (0,100)

B (200,0)

C (0,200)

D (100,0)

2- الرسم البياني:



تحديد احداثيات نقطة التقاطع (E) بيانيا

E (66.67, 66.67)

البحث عن الحل الامثل:

النقاط	X1	X2	Z
O	0	0	0
A	0	100	500
E	66.67	66.67	866.71
D	100	0	800

الحل الأمثل هو النقطة (E) التي تحقق أعلى ربح

ثانيا: الطريقة الجبرية

1- تعريف الطريقة الجبرية:

تعد هذه الطريقة من الطرق الرياضية التي تعتمد على اسلوب التعويض الجبري اعتمادا على احتمالات القيم المتوقعة للمتغيرات : X1, X2.

مبدأ هذه الطريقة هو تقسيم المتغيرات الى نوعي:

- متغيرات أساسية: هي المتغيرات التي لها دور مهم في المشكلة؛
- متغيرات غير اساسية: تلك المتغيرات التي ليس لها دور مهم في المشكلة.

2- خطوات الطريقة الجبرية

- ✓ تقسيم متغيرات النموذج الرياضي الى متغيرات اساسية ومتغيرات غير اساسية؛
- ✓ تحويل النموذج الرياضي من الصيغة القانونية الى الصيغة القياسية؛
- ✓ البحث عن الأمثلية لدالة هدف خطية.

مثال تطبيقي:

$$\begin{cases} 3X1 + 2X2 + 4X3 \leq 1200 \\ 2X1 + X2 + 3X3 \leq 900 \\ X1 + 4X2 + 2X3 \leq 800 \end{cases} \qquad X1, X2, X3 \geq 0$$

$$Max\ (Z) = 2X1 + 6X2 + 3X3$$

1- تحويل المتراجحات الى معادلات

$$\begin{cases} 3X1 + 2X2 + 4X3 + X4 = 1200 \\ 2X1 + X2 + 3X3 + X5 = 900 \\ X1 + 4X2 + 2X3 + X6 = 800 \end{cases}$$

$$Max\ (Z) = 2X1 + 6X2 + 3X3 + 0X4 + 0X5 + 0X6$$

2- كتابة الحل الاساسي الاول:

$$X4 = 1200 - 3X1 - 2X2 - 4X3$$

$$X5 = 900 - 2X1 - X2 - 3X3$$

$$X6 = 800 - X1 - 4X2 - 2X3$$

$$Max\ (Z) = 2X1 + 6X2 + 3X3$$

الحل ليس امثل

3- كتابة الحل الاساسي الثاني

$$X6 = 800 - X1 - 4X2 - 2X3$$

$X2 = 200 -1/4X1 – ½ X3 – ¼ X6$

تعويض في الحل السابق

$X4 = 800 – 5/2 X1 – 3X3 + ½ X6$

$X5 = 700 – 7/4 X1 -5/2 X3 + ¼ X6$

$Z = 1200 + ½ X1 -3/2 X6$

ومنه الحل الاساسي الثاني هو:

$X2 = 200 -1/4X1 – ½ X3 – ¼ X6$

$X4 = 800 – 5/2 X1 – 3X3 + ½ X6$

$X5 = 700 – 7/4 X1 -5/2 X3 + ¼ X6$

$Z = 1200 + ½ X1 -3/2 X6$

الحل ليس أمثل

4- كتابة الحل الاساسي الثالث:

$X4 = 800 – 5/2 X1 – 3X3 + ½ X6$

$X1 = 320 – 6/5 X3 -2/5 X4 + 1/5 X6$

$X5 = 140 – 2/5 X3 + 7/10 X4 -1/10 X6$

$X2 = 120 -1/5 x3 + 1/10 X4 -3/10 X6$

$Z = 1360 -3/5 X3 -1/5 X4 -7/5 X6$

ومنه الحل الاساسي الثالث هو الحل الأمثل.

د. مباركي صفاء