جامعة باجي مختار عنابة
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم الاقتصادية
سنة 2 جذع مشترك

احصاء 03

د. عجيبي

سلسلة تمارين رقم 03

تمرين 1 :

تنتج شركة 1600 بطاقة رقمية فوجد 352 بطاقة تالفة ، أخذنا عينة عشوائية حجمها 200 من هذا الإنتاج.

1) أحسب نسبة البطاقات التالفة من إنتاج الشركة .

2) أوجد التوقع الرياضي لنسبة البطاقات التالفة في العينة ، ثم أوجد الانحراف المعياري.

3) ما طبيعة توزيع المعاينة للنسبة في العينة .

4) أحسب احتمال الحصول على الأكثر على 40 بطاقة رقمية تالفة في العينة .

تمرين 2 :

إن معدل الأجور المدفوعة للعمال من الشركة الأول لإنتاج الأدوية تساوي 35000 دج بانحراف معياري 4000 دج ، أما معدل الأجور المدفوعة من الشركة الثانية لإنتاج الأدوية تساوي 28000 دج بانحراف معياري 6000 دج . سحبنا عينة عشوائية من 16 عاملا من الشركة الأولى وكذلك سحبنا عينة عشوائية من 25 عاملا من الشركة الثانية ، مع العلم أن الأجور المدفوعة من قبل الشركتين تتبع التوزيع الطبيعي .

1) أوجد طبيعة التوزيع لمعاينة الفرق بين المتوسطين .

2) أحسب احتمال أن يزيد معدل الأجور في الشركة الأول عن معدل الأجور في الشركة الثانية لمقدار يفوق 8000 دج .

تمرين 3 :

إذا كان متوسط الدخل الشهري للعائلات في المدينة (A) يساوي 16500 دج ، وكان متوسط الدخل الشهري للعائلات في المدينة (B) يساوي 15750 دج ، بانحراف معياري 8500 دج ، و 2000 دج على التوالي ، سحبنا عينة عشوائية من المدينة (A) حجمها 125 عائلة ، ومن المدينة (B) 100 عائلة .

1) أوجد طبيعة توزيع المعاينة للفرق بين متوسطين .

2) أحسب احتمال أن يكون متوسط الدخل في العينة الأولى أكبر من متوسط الدخل في العينة الثانية

Scanné avec CamScanner

حل التمرين 1:

الحل: ليكن X م ع يمثل البطاقات التالفة

لدينا المعطيات التالية $N=1600$ $\quad N_a=352$ $\quad n=200$

1)- حساب نسبة البطاقات التالفة من إنتاج الشركة:

$$P=\frac{N_a}{N}=\frac{352}{1600}=0,22$$

يوجد 22 % من البطاقات التالفة من إنتاج الشركة

2)- إيجاد التوقع الرياضي لنسبة البطاقات التالفة في العينة $\quad E(\overline{P})=\mu_{\overline{P}}=P=0,22$

- الانحراف المعياري: نستنتج أن السحب بدون إرجاع $\quad \frac{n}{N}=\frac{200}{1600}=0,125>0,05$

$$\sigma_{\overline{P}}=\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}\cdot\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\Leftrightarrow\sigma_{\overline{P}}=\sqrt{\frac{0,22\cdot(1-0,22)}{200}}\cdot\sqrt{\frac{1600-200}{1600-1}}=0,0274$$

3)- طبيعة توزيع المعاينة للنسبة $\overline{P}$:

بما أن حجم العينة $n>30$ ، و كل من $n.(1-p)>5$ و $n.p>5$ فإن توزيع المعاينة يقترب من التوزيع الطبيعي ونكتب:

$$\overline{P}\rightarrow N\left(0,22\ ;\ 0,0274^2\right)$$

4)- حساب احتمال الحصول على الأكثر 40 بطاقة رقمية تالفة في العينة

$$P(\overline{P}<\frac{40}{200})=P(\frac{\overline{P}-P}{\sigma_{\overline{P}}}<\frac{{}^{40}\!/_{200}-0,22}{0,0274})$$

$$=P(Z<\frac{0,20-0,22}{0,0274})=P(Z<-0,729)$$

$$=P(Z<-0,73)=P(Z>0,73)=1-P(Z<0,73)$$

$$=1-F(0,73)=1-0,7673=0,2327$$

حل التمرين 2:

الحل: لدينا المعطيات التالية

المجتمع 1	المجتمع 2
$\mu_1=35000$ $\sigma_1=4000$ $n_1=16$	$\mu_2=28000$ $\sigma_2=6000$ $n_2=25$

1)- طبيعة توزيع المعاينة للفرق بين متوسطين.

- التوقع الرياضي للفرق:

$$E(\overline{X}_1-\overline{X}_2)=\mu_1-\mu_2=35000-28000=7000$$

- الانحراف المعياري للفرق :

$$\sigma^2_{\overline{X}_1}+\sigma^2_{\overline{X}_2}=\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}=\frac{(4000)^2}{16}+\frac{(6000)^2}{25}=2440000$$

$$\Rightarrow\sigma_{\overline{X}_1-\overline{X}_2}=\sqrt{2440000}=1562,0499$$

- ومنه طبيعة توزيع المعاينة $\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)$: بما أن المجتمعان يتبعان التوزيع الطبيعي فإن توزيع المعاينة للفرق بين متوسطي العينتين يتبع أيضا التوزيع الطبيعي حيث:

$$\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)\rightarrow N\left(7000\ \ ;\ \ 1562,0499^2\right)$$

2)- حساب احتمال أن يزيد معدل الأجور في الشركة الأولى عن معدل الأجور في الشركة الثانية بمقدار يفوق 8000 دج.

$$P(\overline{X}_1-\overline{X}_2>8000)=P(\frac{(\overline{X}_1-\overline{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sigma_{(\overline{X}_1-\overline{X}_2)}}>\frac{8000-7000}{1562,0499})$$

$$=P(Z>0,64)$$

$$=1-P(Z<0,64)=1-F(0,64)=1-0,7389$$

$$=0,2611$$

حل التمرين 3:

الحل: لدينا المعطيات التالية

المجتمع 1	المجتمع 2
$\mu_1 = 16500$ $\sigma_1 = 2500$ $n_1 = 125$	$\mu_2 = 15750$ $\sigma_2 = 2000$ $n_2 = 100$

1)- طبيعة توزيع المعاينة للفرق بين متوسطين.

- التوقع الرياضي للفرق:

$$E(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) = \mu_1 - \mu_2 = 16500 - 15750 = 750$$

- الانحراف المعياري للفرق :

$$\sigma^2_{\overline{X}_1} + \sigma^2_{\overline{X}_2} = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} = \frac{(2500)^2}{125} + \frac{(2000)^2}{100} = 90000$$

$$\Rightarrow \sigma_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2} = \sqrt{90000} = 300$$

- طبيعة توزيع المعاينة للفرق: بما أن كل من $(n_1 \ , \ n_2 \geq 30)$ فإن توزيع المعاينة يقترب من التوزيع الطبيعي حيث :

$$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) \approx N(750 \ ; \ 300^2)$$

2)- حساب الاحتمال

$$P(\overline{X}_1 - \overline{X}_2 > 350) = P\left(\frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}} > \frac{350 - 750}{300}\right)$$

$$= P(Z > -1{,}333) = P(Z > -1{,}33)$$

$$= P(Z < 1{,}33) = F(1{,}33) =$$

$$= 0{,}9082$$

في المحاضرة [تم التطرق الى]:

توزيع المعاينة للنسبة:

$$\bar{P} \rightsquigarrow N\left(\mu, \frac{P \cdot q}{n}\right)$$

$$z = \frac{\bar{P} - P}{\sqrt{\frac{P \cdot q}{n}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$$

P (احتمال): نسبة النجاح في المجتمع

q (احتمال): نسبة الفشل في المجتمع

$q = 1 - P$

$\bar{P}$: نسبة النجاح في العينة

$\bar{P} = \frac{n_0}{n}$

n_0: عدد محاولات النجاح في العينة

توزيع المعاينة للفرق بين متوسطين $(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$

حالة 1: توزيع المجتمعين طبيعي، تباينهما σ_1^2, σ_2^2 معلوم وعينتين مستقلتين:

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \rightsquigarrow N\left(\mu_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}, \sigma^2_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}\right)$$

$$z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}{\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$$

حيث:

$$\mu_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \mu_1 - \mu_2$$

$$\sigma^2_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} \Rightarrow \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

أما في حالة السحب بدون إرجاع نضرب في $\left(\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right)$

Scanné avec CamScanner

حالة 2: توزيع المجتمعين مجهول و عينتين كبيرتين :

حسب نظرية النهاية المركزية فإن :

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \rightsquigarrow N\left(\mu_{\bar{X}_1-\bar{X}_2},\ \sigma^2_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}\right)$$

$$Z = \frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2) - \mu_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}}{\sigma_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}} \rightsquigarrow N(0,1)$$

ملاحظة: في حالة أن تبايني المجتمعين σ_1^2 و σ_2^2 مجهولين ، فإننا نعوضهما بتبايني العينتين S_1^2 و S_2^2 ويصبح توزيع المعاينة للفرق بين المتوسطين في هذه الحالة :

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \rightsquigarrow N\left(\mu_{\bar{X}_1-\bar{X}_2},\ S^2_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}\right)$$

$$Z = \frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2) - \mu_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}}{S_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}} \rightsquigarrow N(0,1)$$

:. نفس الملاحظة الخاصة بحالة السحب بدون إرجاع :.

Scanné avec CamScanner