تابع للمحور الرابع: مقاييس النزعة المركزية

The fourth axis: Measures of Central Tendancy

محتوى المحاضرة السادسة

ثانيا: المنوالMode

I- المنوال في حالة بيانات غير مبوبة

II- المنوال في حالة بيانات مبوبة في جدول تكراري:

1- بيانات كمية متقطعة (حسابيا وبيانيا)

2- بيانات كمية مستمرة (حسابيا وبيانيا)

3- بيانات كمية مستمرة مبوبة في جدول توزيع غير منتظم

III- خصائص المنوال

ثانيا: المنوال(Mode)

المنوال هو القيمة الأكثر تِكراراً في مجموعة القيم، ونرمز له بالرمز (M_0). و يمكن أن يكون لمجموعة من البيانات منوال واحد أو اثنان، فإذا زاد على اثنين فقد أهميته الإحصائية، كما يمكن أن لا يكون لها منوال، كما يمكن إستخدامه في البيانات النوعية على عكس الوسط الحسابي.

I- المنوال في حالة بيانات غير مبوبة:

مثال 1:

- لتكن لدينا السلاسل الإحصائية التالية:
  - 2، 5 ، 6، 9، 4، 5 ،7 المنوال يساوي5 = Mo
  - 2 ، 5 ،4، 9، 6، 5 ،9 سلسلة ذات منوالين5 = $Mo1$ و 9 = $Mo2$
  - 5، 6، 7، 9، 2، 4 سلسلة ليس لها منوال.
- لتكن لدينا السلسلة الإحصائية التالية التي تعبر عن العلامة التجارية لعينة من السيارات: تويوتا، كيا، تويوتا، رونو، بيجو، مرسيدس، كيا، كيا: المنوال هو كيا، ونقول: العلامة التجارية الأكثر انتشارا هي كيا، أو اغلبية السيارات علامتها التجارية كيا.

II- المنوال في حالة بيانات مبوبة في جدول تكراري:

1- بيانات كمية متقطعة (حسابيا وبيانيا):

إذا كان المتغير المدروس كمي متقطع، فإن المنوال يستنتج مباشرة من جدول التوزيع التكراري، فهو القيمة المقابلة لأكبر تكرار، ويمكن أن نجد أكثر من منوال. i

مثال2:

تمثل البيانات التالية عدد السفن التي تستقبلها عينة من الموانئ يوميا:

x_i (عدد السفن)	2	3	4	5	6	$\sum$
f_i (عدد الموانئ)	4	6	10	3	2	25

المطلوب: إيجاد المنوال حسابيا وبيانيا

الحل:

- **إيجاد المنوال حسابيا:**

قيمة المنوال هي قيمة (x_i) المقابلة لأكبر تكرار

من الجدول نلاحظ أن **أكبر تكرار هو 10، وبالتالي فإن قيمة المنوال هي قيمة(x_3) المقابلة لهذا التكرار، ومنه فإن: Mo = 4**، وهذا يعني أن عدد السفن الأكثر إنتشارا أو شيوعا التي تستقبلها هذه الموانئ يوميا هو 4، أو نقول: عدد السفن التي تستقبلها **أغلبية الموانئ** يوميا هو 4.

M_O= 4

x_i (عدد السفن)	2	3	4	5	6	$\sum$
f_i (عدد الموانئ)	4	6	10	3	2	25

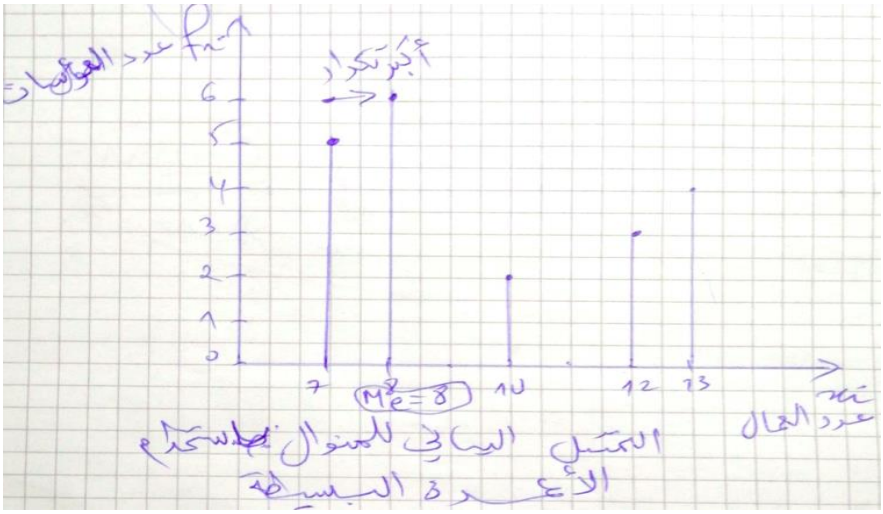
أكبر تكرار

- **المنوال بيانيا:**

إذا كان المتغير المدروس كمي متقطع كما **في المثال2**، نقوم أولا برسم التمثيل البياني للتوزيع التكراري باستخدام الاعمدة البسيطة أو الاعمدة البيانية، ثم نحدد قيمة المنوال وهي قيمة المتغير الذي يقابل العمود الأطول في التمثيل البياني.

كما يمكن رسمه باستخدام الدائرة النسبية، والجزء من الدائرة الأكثر اتساعا **يمثل المنوال**.

ملاحظة: يرسم المنوال بيانيا في حالة متغير نوعي بنفس الطريقة السابقة الذكر.



2- <u>بيانات كمية مستمرة</u>(حسابيا وبيانيا):

إذا كان المتغير المدروس كمي مستمر والبيانات مبوبة في جدول توزيع تكراري فئاته متساوية الطول، نتتبع الخطوات التالية لايجاد قيمة المنوال:

- تحديد الفئة المنوالية وهي الفئة التي تقابل أكبر تكرار.
- حساب قيمة المنوال بالعلاقة التالية:

$$M_0 = LC_{M_0} + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) L_{M_0}$$

حيث:

LC_{M_0} الحد الأدنى للفئة المنوالية

d_1 الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها

d_2 الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها

L_{M_0} طول الفئة المنوالية

<u>مثال3:</u>

الجدول التالي يوضح توزيع عينة من المؤسسات الإقتصادية حسب رقم الأعمال(10^6 دج):

x_i (رقم الأعمال 10^6 دج)	[10 12[	[12 14[	[14 16[	[16 18[	[18 20]	$\sum$
f_i (عدد المؤسسات الإقتصادية)	10	25	40	20	15	110

- أوجد المنوال حسابيا و بيانيا ؟

الحل:

- **إيجاد الفئة المنوالية : من الجدول التكراري نلاحظ أن الفئة الثالثة] 16 14] هي الفئة المنوالية لأنها تقابل أكبر تكرار يساوي 40.**
- **<u>حساب قيمة المنوال</u> :**

$$M_0 = LC_{M_0} + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) L_{M_0}$$

حيث:

LC_{M_0} الحد الأدنى للفئة المنوالية = 14

d_1 الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها، أي: $d_1 = 40 - 25 = 15$

d_2 الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها، أي: $d_2 = 40 - 20 = 20$

L_{M_0} طول الفئة المنوالية = 2

$$M_0 = LC_{M_0} + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) L_{M_0} \Rightarrow M_0 = 14 + \left(\frac{15}{15+20}\right) 2 \Rightarrow Mo = 14,85$$

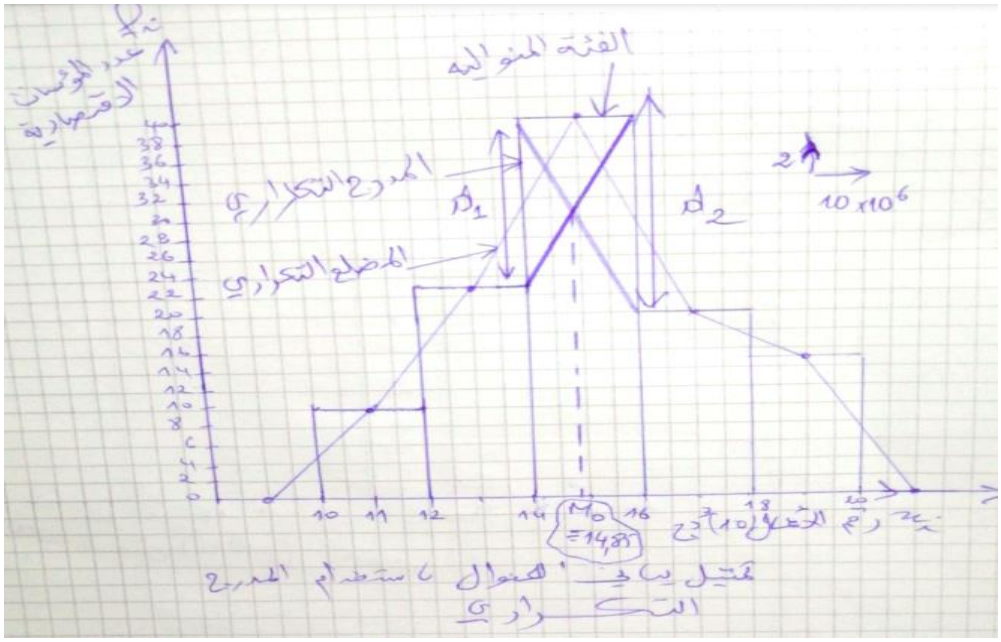
<u>التفسير</u>:

رقم الأعمال الأكثر انتشارا بين هذه المؤسسات هو: 14,85(10^6)دج، أو نقول: أغلبية المؤسسات المدروسة رقم أعمالها 14,85(10^6)دج.

- **التمثيل البياني للمنوال:**

في حالة متغير كمي مستمر كما هو الحال **في المثال3** يرسم المنوال بيانيا باتباع الخطوات التالية:

- ✓ رسم المدرج التكراري وتحديد الفئة المنوالية التي تقابل أكبر تكرار
- ✓ رسم قطعة مستقيمة تربط بين الحد الأعلى للفئة المنوالية والحد الأعلى للفئة التي قبلها.
- ✓ رسم قطعة مستقيمة تربط بين الحد الأدنى للفئة للفئة المنوالية والحد الأدنى للفئة التي بعدها.
- ✓ إسقاط نقطة تقاطع القطعتين المستقيمين السابقين على المحور الأفقي على شكل عمود، ونقطة تقاطع هذا العمود مع المحور الأفقي تمثل قيمة المنوال بيانيا.



3- في حالة بيانات كمية مستمرة مبوبة في جدول توزيع غير منتظم:

إذا كانت الفئات غير متساوية الطول يجب أن نقوم بالتعديل التكرار ي قبل حساب ورسم المنوال.

مثال4:

الجدول التالي يوضح توزيع عدد من العمال حسب الأجر الشهري(10^3 دج):

x_i (الأجر الشهري 10^3 دج)	[20 25[	[25 35[	[35 40[	[40 55[	[55 65]	Σ
f_i (عدد العمال)	10	15	20	30	25	100

المطلوب: إيجاد المنوال حسابيا و بيانيا

الحل:

نلاحظ من الجدول التكراري أن طول الفئات غير متساوي، لذا يجب القيام بالتعديل التكراري

- **التعديل التكراري:**

$$Af_i = L^* . \left(\frac{f_i}{L_i}\right)$$

حيث:

L^*: الطول الشائع للفئات، f_i: التكرار العادي(الأصلي)، L_i: طول الفئة الأصلي

X_i (الأجر الشهري 10 ^{3} دج)	f_i (عدد العمال)	L_i طول الفئة الأصلي	$Af_i = L^* . \left(\frac{f_i}{L_i}\right)$ (التكرار المعدل)
[20 25[	5	5	$5 . \frac{5}{5} = 5$
[25 30[	15	5	$5 . \frac{15}{5} = 15$
[30 40[	20	10	$5 . \frac{20}{10} = 10$
[40 50[	10	10	$5 . \frac{10}{10} = 5$
[50 60]	5	10	$5 . \frac{5}{10} = 2.5$
$\sum$	100	/	/

- **إيجاد الفئة المنوالية:**

من الجدول التكراري المعدل نلاحظ أن الفئة الثانية [25 30 [هي الفئة المنوالية لأنها تقابل أكبر تكرار معدل والذي يساوي 15.

- **حساب قيمة المنوال:** $M_0 = LC_{M_0} + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) L_{M_0}$

حيث:

LC_{M_o} :الحد الأدنى للفئة المنوالية = 25

Af_{M_o} تكرار الفئة المنوالية = 15

L_{M_o}: طول الفئة المنوالية = 5

d_1 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها، أي: $d_1 = 15 - 5 = 10$

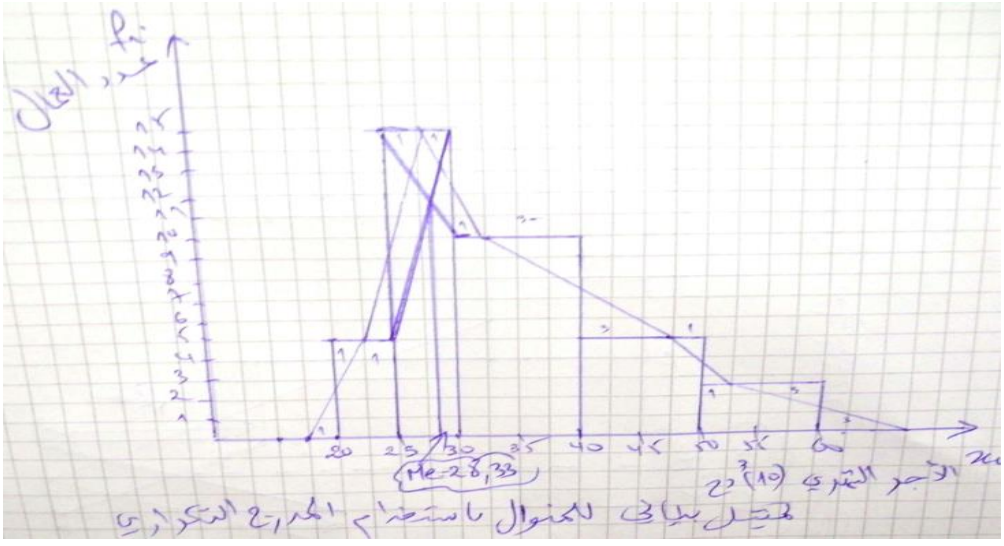
d_2 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها، أي: $d_2 = 15 - 10 = 5$

ومنه:

$$M_O = LC_{M_o} + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) L_{M_o} \Rightarrow M_o = 25 + \left(\frac{10}{10+5}\right) 5 \Rightarrow Mo = 28,33$$

التفسير : الأجر الشهري الأكثر انتشارا بين 100 عامل هو: 28.33 (10 ^{3})دج.

- **التمثيل البياني للمنوال:**



ملاحظة:

في حالة **متغير نوعي**، يرسم المنوال باستخدام المستطيلات المتباعدة والمستطيل الأكبر طولا يمثل المنوال، كما يمكن ان يرسم باستخدام الدائرة النسبية والجزء الأكبر إتساعا من الدائرة يمثل المنوال.

III- خصائص المنوال:

- المنوال سهل التعريف والحساب.
- المنوال أقل تأثرا من الوسط الحسابي بالقيم الشاذة أو المتطرفة. .
- يمكن حساب المنوال للبيانات الكمية والوصفية (النوعية)
- لا يأخذ المنوال في الاعتبار جميع البيانات إذ أنه يعتمد فقط على البيانات ذات التكرار الأكثر.
- قد لا يوجد منوال لمجموعة من البيانات أو قد يكون هناك أكثر من منوال.