السلسلة 2 : القياس الترتيبي للمنفعة

تمرين رقم 01 :

ليكن مستهلك يدالة المنفعة التالية:

$$U = xy + 2o$$

1) أحسب مستوى المنفعة الكلية عند النقطة (A) حيث $A(x,y) = (4;1)$

2) أحسب تزايد المنفعة الكلية الناتج عن تزايد x بوحدة واحدة وقارن ذلك مع دالة المنفعة الحدية

3) أوجد المعدل الحدي للإحلال وفسر معناه

4) هل النقطة (A) هي نقطة توازن علما أن : $R=10 ; P_x=1$ و $P_y=2$

5) أثبت أن منحنى السواء الممثل لدالة المنفعة السابقة محدبا نحو نقطة الأصل.

تمرين رقم 02 : لدى مستهلك الاختيار بين سلعتين x ، y فإذا كانت منحنيات السواء مميزة بالميل $g_x = \frac{-y}{x}$ أثبت أن الطلب على السلعة (x) مستقل عن P_y

تمرين 03 : ينفق مستهلك كل دخله على سلعتين x و y أسعارهما على التوالي P_x و P_y

1) أكتب معادلة مستقيم الميزانية ، ثم أرسم هذا المنقيد عندما : $P_x=5 ; P_y=5 ; R=45$

2) بين المناطق التي يكون فيها الإنفاق على الشاي (x,y) أكبر، يساوي أو أقل من 45

3) بين التغيرات التي تحدث لمستقيم الميزانية عند ارتفاع أو انخفاض P_x مع ثبات R و P_y ، ثم أرسمه هذا المستقيم عندما $R=45$ ، $P_x=3$ ، $P_y=5$ ثم بين تطور الدخل الإسمي و الدخل الحقيقي.

4) إذا ارتفع دخل المستهلك بقيمة 2o ون مع ثبات الأسعار ماذا يبين ذلك على كمية x و y

تمرين رقم 04 : نكتب دالة منفعة لمستهلك ما على الشكل التالي : $U = 5xy$

فاذا كان دخل المستهلك $R = 20$ ، $P_x = 2$ ، $P_y = 2$

1) حدد الكمية المستهلكة من السلعتين عند التوازن ثم مثل بيانيا منحنى السواء.

2) أوجد T.M.S عند التوازن مع تفسير النتيجة

3) أحسب قيمة λ وفسر معناها.

تمرين رقم 05 :

نكتب دالة منفعة لمستهلك كما يلي : $U = (x+2)(y+1)$

وكانت دالة الدخل كما يلي : $51 = 2x + 5y$

1) أحسب الكميات المستهلكة من السلعتين عند التوازن

2) اذا انخفض سعر x الى $P_x = 1$ ، حدد مقدار التخفيض في الدخل ليبقى المستهلك يشتري بنفس المنفعة عندما : $P_x = 2$

3) اذا ارتفع سعر x الى $P_x = 7$ ، ما هو مقدار الدعم المقدم للمستهلك حتى يبقى في نفس مستوى المنفعة ما لا : $P_x = 2$

تمرين رقم 06 : نكتب دالة منفعة لمستهلك على الشكل :

$$U = 15x + 20y - x^2 - y^2$$

1) أوجد نقطة توازن المستهلك عندما : $P_x = 6$ ، $P_y = 2$ ، $R = 200$

2) اذا انخفض P_x الى $P_x = 1,5$ ، أوجد نقطة التوازن الجديد

3) ما هو نوع المنحنى الذي يصل بين نقطتي التوازن وهل تمثل سلعة قيمة ؟

حل تمرين رقم 01:

1) $A(4,1) \Rightarrow U = 4.1 + 20 = 24$

$4(5,1) = 5.1 + 20 = 25$ تزايد المنفعة الكلية بوحدة واحدة

2) $U_x = \frac{\delta(xy+20)}{\delta x}$ $y = 1 \Rightarrow \frac{\delta U}{\delta x} = \Delta U = Umg_x$

3) $TM.S_A = \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{y}{x} = \frac{1}{4}$ يتخلى عن 4 وحدات من y مقابل الحصول على وحدة من x والمحافظة على نفس مستوى الاشباع.

4) $T.M.S = \frac{P_x}{P_y} = \frac{1}{4}$ (عند التوازن) بينما $TMS_A = \frac{1}{4}$ اذا A ليست نقطة توازن

5) $\frac{dTM.S}{dx} = \frac{\delta TM.S}{\delta x} + \frac{\delta T.M.S}{\delta y}\left(\frac{dy}{dx}\right)$; $\left(TM.S = \frac{y}{x}\right)$

لدينا $\frac{dy}{dx} = -TMS = -\frac{y}{x}$

$\frac{dTM.S}{dx} = \frac{-y}{x^2} + \frac{1}{x}\left(\frac{-y}{x}\right) = \frac{-2y}{x^2} < 0$ المنحنى محدب نحو نقطة الأصل.

حل تمرين رقم 02:

عالة المبيل $-\frac{y}{x} = -\frac{dy}{dx}$ فإن $T.M.S = \frac{y}{x}$

عند التوازن $\Rightarrow \frac{P_x}{P_y} = \frac{y}{x} \Rightarrow xP_x = yP_y$ $\therefore M.S = \frac{P_x}{P_y}$

$R = xP_x + yP_y \Rightarrow R = xP_x + xP_x = 2xP_x \Rightarrow$

$$\boxed{x = \frac{R}{2P_x}}$$

دالة الطلب على التجزيد لانه سعرها فقط.

حل تمرين رقم 03 :

1) $R = xP_x + yP_y \Rightarrow 45 = 5x + 5y$; $y=0 \Rightarrow x=9$, $x=0$; $y=9$

2)
- كل التركيبات من x و y الموجودة على الخط المستقيم AB لها إنفاق = 45 $\Leftarrow xP_x + yP_y = 45$
- كل التركيبات من x و y الموجودة تحت الخط AB لها إنفاق أقل من 45 $\Leftarrow xP_x + yP_y < 45$
- كل التركيبات الموجودة خارج الخط AB من جهة اليمين لها إنفاق يتجاوز R $\Leftarrow xP_x + yP_y > 45$

3) إنخفاض P_x أدى إلى زيادة الكمية المستهلكة من x وتحرك مستقيم الميزانية إلى أعلى من جهة x الدخل الإسمي ثابت والدخل الحقيقي (القدرة الشرائية) ارتفع $x' = \frac{45}{3} = 15$

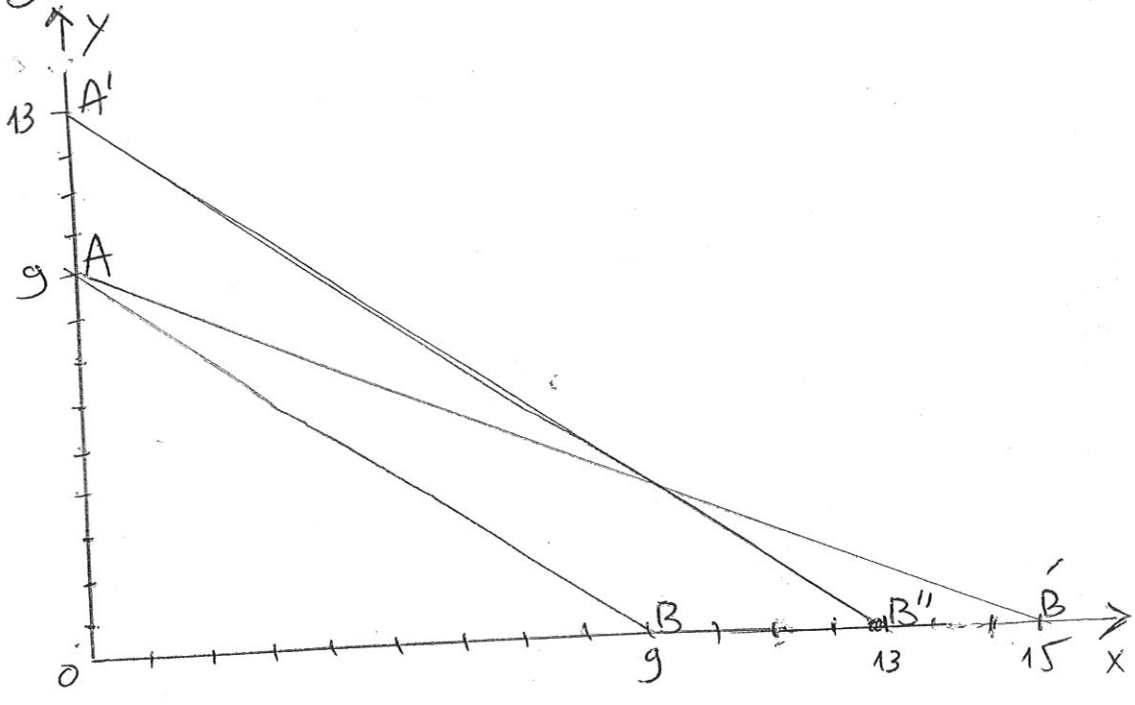
4)

$\Leftarrow R^* = R + \Delta R = 45 + 20 = 65$

$65 = 5x + 5y$

$y=0 \Rightarrow x=13$; $x=0 \Rightarrow y=13$

زيادة الدخل الإسمي (النقدي أي R) أدى إلى زيادة الكمية المستهلكة من السلعتين والحصول على مستقيم جديد $A''B''$ موازي للخط AB من جهة اليمين



حل تمرين رقم 04 :

1) $L(x, y, \lambda) = 5xy + \lambda(20 - 2x - 2y)$

$$\begin{cases} L_x = 5y - 2\lambda = 0 \quad (1) \\ L_y = 5x - 2\lambda = 0 \quad (2) \\ L_\lambda = 20 - 2x - 2y = 0 \quad (3) \end{cases}$$

$(1) \div (2) \Rightarrow \frac{y}{x} = 1 \Rightarrow \boxed{x = y} \quad (4)$

(3) و (4)

$20 = 4x \Rightarrow x = \frac{20}{4} = \boxed{5}$; $y = \boxed{5}$; $E(5, 5)$

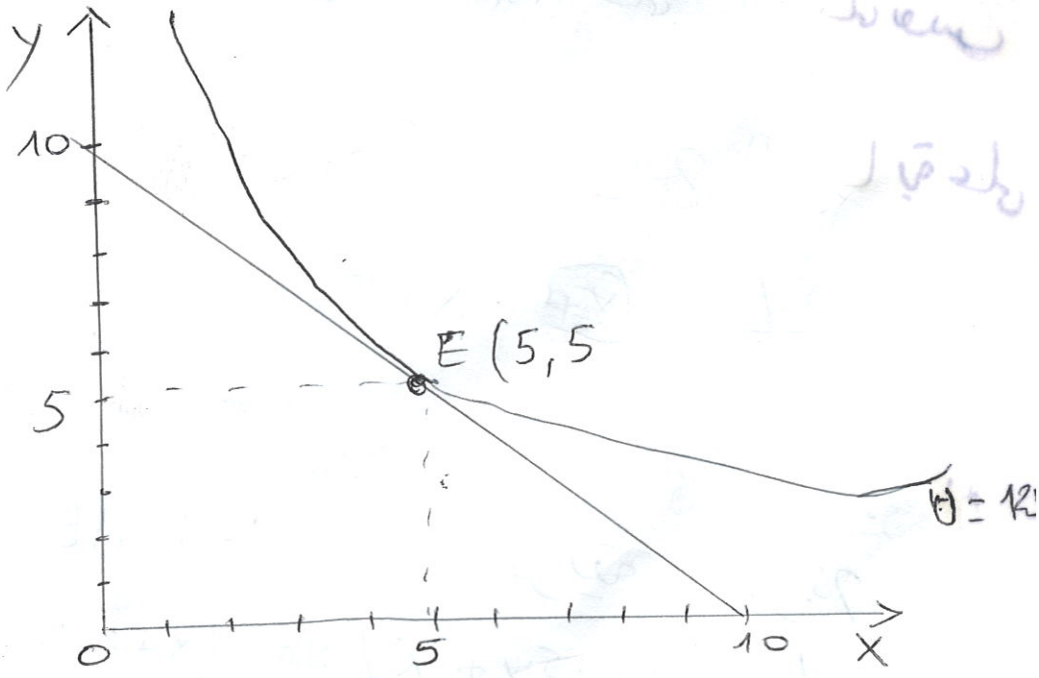
$U = 5(5)^2 = 125$

2) $TMS_E = \frac{P_x}{P_y} = \frac{1}{1}$

يتخلى المستهلك عن وحدة من y مقابل الحصول على وحدة x والمحافظة على نفس الإشباع.

3) من $(1) \Rightarrow \lambda = \frac{5y}{2} = \frac{5,5}{2} = \frac{25}{2} = \boxed{12,5}$

وهذا يعني أن التغير في الدخل بقيمة 1 د.ج يؤدي إلى التغير في منفعة المستهلك بقيمة (12,5) أي المنفعة الحدية للدخل.



حل تمرين رقم 05 :

1) $L=(x+2)(y+1)+\lambda(51-2x-5y)$

$$\begin{cases} L_x=0 \Rightarrow y+1-2\lambda=0 \quad ...(1 \\ L_y=0 \Rightarrow x+2-5\lambda=0 \quad ...(2 \\ L_\lambda \Rightarrow 51-2x-5y=0 \quad ...(3 \end{cases}$$

$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{y+1}{x+2}=\frac{2}{5} \Rightarrow 2x+4=5y+5$

$\Rightarrow x=\frac{5y+5-4}{2}=$

$\Rightarrow \boxed{x=\frac{5y+1}{2}}$ (3)

$\boxed{x=13}$; $\boxed{y=5}$ (4) $\frac{}{}$ (3)

$U(13,5)=90$

2) $P_x=1 \Rightarrow 90=(x+2)(y+1)$; $\frac{y+1}{x+2}=\frac{P_x}{P_y}=\frac{1}{5}$

$\Rightarrow \frac{y+1}{x+2}=\frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{x=5y+3}$ (4)

بالتعويض في $\Rightarrow$ الة المنفعة

$x=19,2$; $y=3,24$, $R^*=1(19,2)+5(3,24)=35,5$

$\Delta R=R-R^*=51-35,5=15,5$

يجب تحقيق الدخل بـ 15,5 حتى يبقى على نفس الإشباع.

ملاحظة : يمكن استعمال طريقة لاغرانج للاجابة على هذا السؤال :

$$L=x+5y+\lambda[90-(x+2)(y+1)]$$

وتتبع نفس المراحل.

3) $P_x=7$ نبحث عن الدخل الجديد حتى تبقى المنفعة $U=90$ باستعمال المعادلات أو طريقة لاغرانج.

$$L=7x+5y+\lambda[90-(x+2)(y+1)]$$

$$\begin{cases} L_x \Rightarrow 7-\lambda(y+1)=0 \quad ...(1 \\ L_y \Rightarrow 5-\lambda(x+2)=0 \quad ...(2 \\ L_\lambda \Rightarrow 90-(x+2)(y+1)=0 \quad ...(3 \end{cases}$$

$\frac{y+1}{x+2} = \frac{7}{5}$ ④ $\Rightarrow (y+1) = \frac{7}{5}(x+2)$

نحوض ④ في ③ $\Rightarrow x = 6 ; y = 10,2$

$R' = 7(6) + 5(10,2) = 93$

$\Delta R = R' - R = 93 - 51 = 42$ الدعم المفقد المستهلك.

عندما يرتفع P_x إلى 7 وحتى يبقى المستهلك على نفس منحنى السواء ($U = 51$)، يرتفع دخله بـ 42

حل تمرين رقم 6:

1) $\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{15-2x}{20-2y} = \frac{6}{2} \Rightarrow 15-2x = 60-6x$

$\Rightarrow \boxed{x = 27,75} ; y = \boxed{16,75}$

2) $\frac{15-2x}{20-2y} \quad \frac{1,5}{2} ; \boxed{x = 48} ; \boxed{y = 64}$

يمثل المنحنى الذي يصل بين نقطتي التوازن لمنحنى الاستهلاك و السعر.

إن انخفاض P_x أدى إلى ارتفاع في x إذا x ليست سلعة قيفن.