السلسلة 3

# تطبيق رقم 03

## أثر الاحلال، أثر الدخل، الطلب الفردي والكلي

### تمرين رقم 01:

نكتب دالة منفعة لمستهلك ما كما يلي:

$$U(X;Y) = 2X^2Y$$

1) أوجد معادلة منحنى الاستهلاك والدخل ومنها استخرج معادلة أنجل للسلعة (X) ثم حدد نوعها مع العلم أن:

$$R = xP_x + yP_y$$

2) إذا افترضنا أن $R=150$ ، $P_x=10$ ، $P_y=20$ ، أوجد الكمية المستهلكة من السلعتين X و Y ومثلها بيانيا.

3) إذا انخفض سعر السلعة (X) وأصبح $P_x=5$ مع ثبات R و $P_y$ ، أوجد الكمية المستهلكة من السلعتين X و Y عند التوازن ومثلها في البيان السابق مبينا الأثر الناتج عن تحرك نقطة التوازن.

4) أوجد قيمة الدخل الذي يسمح للمستهلك بالحصول على نفس المنفعة الكلية المحسوبة في السؤال الثاني ثم مثل نقطة التوازن في البيان السابق مبينا الأثر الناتج عن تحرك نقطة التوازن الأصلية.

### تمرين رقم 02:

تمثل تفضيلات مستهلك بدالة المنفعة التالية:

$$U(X;Y) = 100XY$$

حيث X و Y كميات من السلع (X) و (Y) ذات الأسعار $P_x$ و $P_y$ على التوالي وليكن R الدخل المنفق كليا في شراء هاتين السلعتين.

1) حدد توازن المستهلك عندما $P_x=P_y=1$ ، $R=250$

2) حدد دوال الطلب على السلعتين X و Y

3) تطلب السلعة X من طرف مجموعتان متماثلتان

من حيث دالة المنفعة، المجموعة A مكونة من 1000 شخص يبلغ دخل كل واحد منهم 350 والمجموعة B مكونة من 2000 شخص يبلغ دخل كل واحد منهم 250، حدد دالة الطلب الكلية للمجموعتين.

تمرين رقم 3: يتكون سوق سلعة (x) من ثلاث مستهلكين A, B, C الكميات المشتراة كل يوم من طرف كل واحد معطاة في الجدول التالي:

| سعر البيع (P) | $X_A$ | $X_B$ | $X_C$ |
|---|---|---|---|
| 12 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 5 | 12,5 | 2,5 |
| 8 | 10 | 25 | 5 |
| 4 | 20 | 50 | 10 |
| 2 | 25 | 62,5 | 12,5 |
| 0 | 30 | 75 | 15 |

1) بالاعتماد على الجدول أعلاه، أحسب الطلب الكلي $X_G$ الموجه للسوق

2) مثل بيانيا دالة الطلب الكلي وأكتبها رياضيا.

## حل تمرين رقم 01 :

1) $L = 2x^2y + \lambda(R - xP_x - yP_y)$

$$\begin{cases} L_x = 4xy - \lambda P_x = 0 \quad --(1) \\ L_y = 2x^2 - \lambda P_y = 0 \quad --(2) \\ L_\lambda = R - xP_x - yP_y = 0 \quad --(3 \end{cases}$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{4xy}{2x^2} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow$$

$$\frac{2y}{x} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow y = (4) \boxed{\frac{xP_x}{2P_y}}$$

معادلة منحنى الاستهلاك والدخل .

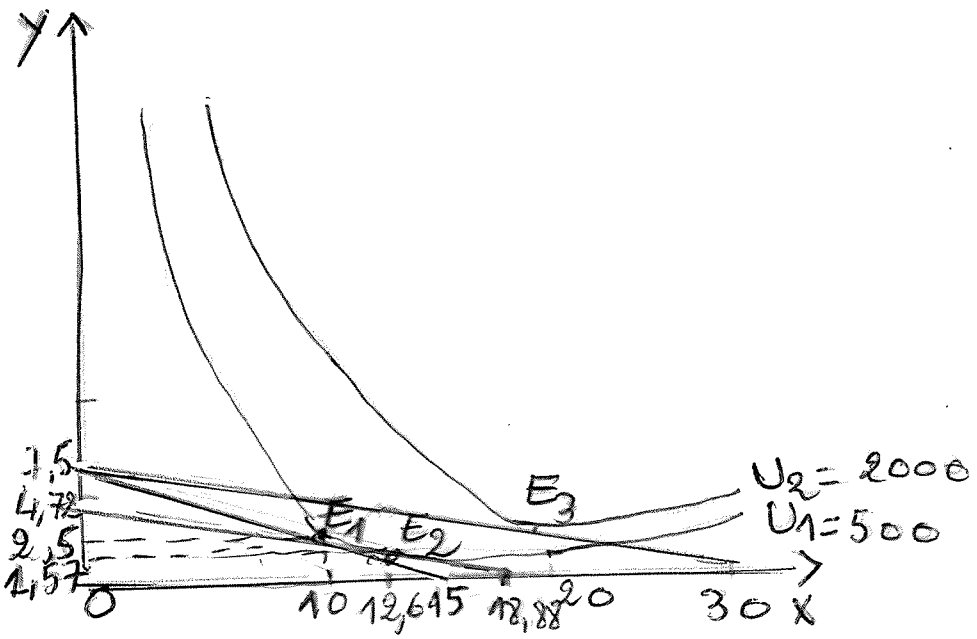
نعوض (4) في (3)

$$R - xP_x - \frac{xP_x}{2P_y} \cdot P_y = 0 \Rightarrow R = \frac{3xP_x}{2} \Rightarrow x = \boxed{\frac{2R}{3P_x}}$$

معادلة منحنى أنجل للسلعة x

2) $x = \frac{2(150)}{3 \cdot 10} = 10$ ; $y = \frac{2R}{3P_x} \cdot \frac{P_x}{2P_y} = \frac{R}{3P_y} = \frac{150}{60} = 2,5$

$E_1(10 ; 2,5)$ ; $U_1 = 2(100) - 2,5 = 500$




3) $L = 2x^2y + \lambda(150 - 5x - 20y)$

$$\begin{cases} L_x = 4xy - 5\lambda = 0 \quad -- (1) \\ L_y = 2x^2 - 20\lambda = 0 \quad -- (2) \\ L_\lambda = 150 - 5x - 20y = 0 \quad -- (3) \end{cases}$$

$\frac{①}{②} \Rightarrow \frac{2y}{x} = \frac{5}{20} \Rightarrow \frac{2y}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{x = 8y}$

$150 - 5(8y) - 20y = 0 \Rightarrow y = \frac{150}{60} = \boxed{2,5}$ ; $x = 8 \cdot 2,5$

$\Rightarrow x = \boxed{20}$ ; $E_3(20 ; 2,5)$

$U_2 = 2(400) \cdot 2,5 = 2000$

الأثر الناتج عن خروج نقطة التوازن هو الأثر الكلي

4) $L = 5x + 20y + \lambda(500 - 2x^2y)$

$$\begin{cases} L_x = 5 - 4x\lambda y = 0 \quad --① \\ L_y = 20 - 2x^2\lambda = 0 \quad --② \\ L_\lambda = 500 - 2x^2y = 0 \quad --③ \end{cases}$$

$\frac{①}{②} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{2y}{x}$

$\Rightarrow \boxed{x = 8y} \quad --④$

③ و ④

$500 - 2(64y^2) \cdot y = 0 \Rightarrow y^3 = \frac{500}{128} = \boxed{3,90}$

$\lambda = \sqrt[3]{3,90} = \boxed{1,57}$ ; $x = \boxed{12,6}$

$R' = 5(12,6) + 20(1,57) = 63 + 31,4 = \boxed{94,4}$

الأثر الناتج هو أثر الاحلال.

$E_2(12,6 ; 1,57)$

## حل تمرين 2

1) $L = 100xy + \lambda(250 - x - y)$

$$\begin{cases} L_x = 100y - \lambda = 0 \quad --① \\ L_y = 100x - \lambda = 0 \quad --② \\ L_\lambda = 250 - x - y = 0 \quad --③ \end{cases}$$

$\frac{①}{②} \Rightarrow \frac{y}{x} = 1 \Rightarrow \boxed{y = x} \quad --④$

③ و ④ بتعويض.

$250 - x - x = 0$

$\Rightarrow x = \boxed{125}$ ; $y = \boxed{125}$

2) $L(x,y,\lambda) = 100xy + \lambda(R - xP_x - yP_y)$

$$\begin{cases} L_x = 0 \quad \cdots (1 \\ L_y = 0 \quad \cdots (2 \\ L_\lambda = 0 \quad \cdots (3 \end{cases}$$

(1) / (2) $\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \boxed{x \cdot P_x = y P_y}$ (4)

(3) في (4)

$R - xP_x - xP_x = 0 \Rightarrow \boxed{x = \frac{R}{2P_x}}$ ; $y = \frac{xP_x}{P_y} = \frac{\frac{R}{2P_x} \cdot P_x}{P_y}$

دالة الطلب على $x$

$\Rightarrow \boxed{y = \frac{R}{2P_y}}$ دالة الطلب على $y$

3) $R_A = 350 = x_A P_x + y_A P_y$ , $x_A = \frac{R_A}{2P_x}$

$R_B = 250 = x_B \cdot P_x + y_B P_y$ , $x_B = \frac{R_B}{2P_x}$

$X_A = 1000 x_A$ : دالة الطلب الكلية للمجموعة A

$X_B = 2000 x_B$ دالة الطلب الكلية للمجموعة B

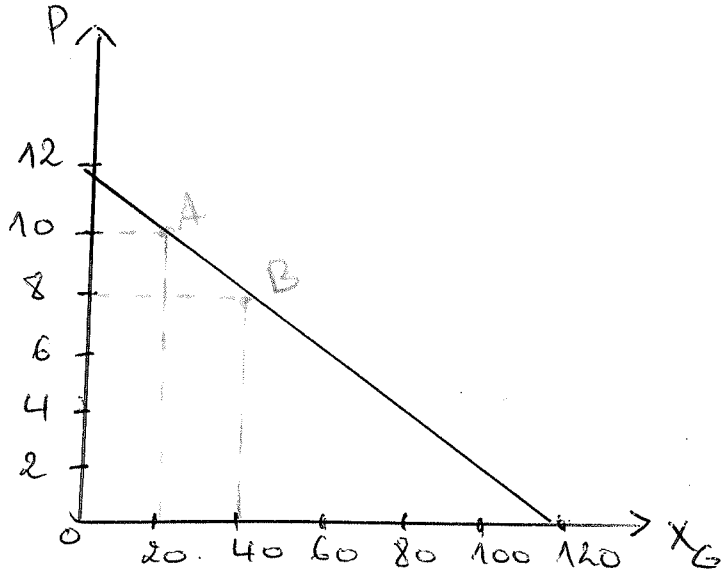
$X = X_A + X_B$ $\boxed{1000 \frac{R_A}{2P_x} + 2000 \frac{R_B}{2P_x}}$ دالة الطلب الكلية للمجموعتين

## حل تمرين رقم 03

1) الطلب الكلي ($X_D$) الموجه للسوق هو مجموع طلبات مختلف أنواع المستهلكين.

| P | $X_A$ | $X_B$ | $X_C$ | $X_D$ |
|---|---|---|---|---|
| 12 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 5 | 12,5 | 2,5 | 20 |
| 8 | 10 | 25 | 5 | 40 |
| 4 | 20 | 50 | 10 | 80 |
| 2 | 25 | 62,5 | 12,5 | 100 |
| 0 | 30 | 75 | 15 | 120 |

2) منحنى دالة الطلب :




معادلة الطلب عبارة عن دالة خطية من الشكل :

$$X_G = aP + b$$

لتحديد المعاملات a و b نستخدم إحداثيات نقطتين تنتميان لمستقيم الطلب (كمثلا النقطتين A و B)

$$\begin{cases} 20 = 10a + b \\ 40 = 8a + b \end{cases} \ominus$$

$$-20 = 2a \Rightarrow a = -10 \; ; \; b = 100 + 20 = 120$$

إذًا دالة الطلب هي : $\boxed{X_G = -10P + 120}$