جـــامعة باجي مختار - عنابة
كلية العلوم إ.ت.ع.ت
السنة الثانية

امتحان في مادة الإحصاء 3

2025/01/13

المدة 1 سا و30د

التمرين1 (6ن)

كشفت دراسة استقصائية أنه في سياق ندرة وغلاء الوقود، قرر أغلبية سكان بلد ما شراء احتياجاتهم لأعياد نهاية السنة عبر الأنترنيت تجنبا لإنفاق الأموال على الوقود عند التنقل من متجر الى آخر.

لنفرض أن الدراسة تمت على 10 مشترين بينت أن 7 يفضلون التسوق عبر الانترنيت و3 في المتاجر الفعلية.

تم اختيار 3 مشترين من بين العشرة من أجل تعميق الدراسة حول تأثير سلوكهم الشرائي على الاقتصاد. ليكن X المتغير العشوائي الذي يحسب عدد المشترين من بينهم والذين يتسوقون عبر الانترنيت.

1. حدد التوزيع الاحتمالي لـ X مبرزا نوعه ومعللا اجابتك.
2. كم تتوقع أن نجد من مشتريا يفضل التسوق عبر الانترنيت من بين هؤلاء الثلاثة
3. احسب احتمال أن يكون من بينهم اثنان يتسوقان عبر الانترنيت.
4. ما هو احتمال أن الأغلبية منهم يتسوقون عبر الانترنيت؟

التمرين2 (8ن)

ليكن X متغيرا عشوائيا يمثل العمر الافتراضي بالسنوات قبل العطل الأول لنوع من الهواتف النقالة و إذا اعتبرنا أن X مسير بواسطة القانون الأسي ذو الوسيط $\lambda = 0,3$.

1. أكتب دالة كثافة احتمال هذا المتغير مبرزا نوعه مع التعليل
2. ما هو احتمال عدم تعطل الهاتف قبل ثلاثة سنوات الأولى من التشغيل؟
3. ما هو احتمال أن يتعطل الهاتف قبل نهاية السنة الثانية؟
4. الهاتف لم يتعطل خلال السنتين الأولتين من التشغيل فما احتمال أن لا يتعطل غلال السنة القادمة؟
5. كم تتوقع أن يكون عمر هذا الهاتف قبل أول خلل؟

التمرين3 (6ن)

بعد الباكالوريا، لكي يتم قبولك في احدى الجامعات الكندية، يجب عليك اجتياز اختبار اللغة الإنجليزية. إذا علمت أن نتائج هذا الاختبار تتوزع طبيعيا بمتوسط قدره 500 وانحراف معياري قدره 150.

1. نفرض أن أحد المتقدمين تحصل على نتيجة 640 فما هي نسبة المتقدمين الذين سيكونون أحسن منه؟ أضعف منه؟
2. إذا كانت الجامعة لا تقبل بالمتقدمين الذي لا يصلون لنتيجة 480 في الاختبار فما هي نسبة المتقدمين الذين ستقبلهم الجامعة؟

التمرين4 (5ن)

باستعمال الجداول الإحصائية المناسبة أحسب ما يلي:

1. $P(T > t) = 0,4$ حيث $T \to Student(30)$
2. $P(T < 2,55) = \alpha$ حيث $T \to Student(10)$
3. $P(X < c) = 0,025$ حيث $X \to \chi^2(20)$
4. $P(X > 19,3) = \alpha$ حيث $X \to \chi^2(20)$
5. $P(a < X < b) = 0,98$ حيث $X \to Fisher(10\ ,\ 16)$

بالتوفيق

- الإجابة النموذجية -

التمرين 1 : (4ن)

① لدينا مجتمع يتكون من $N=10$ مشتريين وحيث أحتمال أن يكون أحدهما يتسوق عن طريق الأنترنيت هو $p=\frac{7}{10}$. سحبنا من هذا المجتمع $n=3$ مشتريين (1) السحب بدون إرجاع (كل مشتري يسأل عن رأيه مرة واحدة)

وليكن X المتغير العشوائي الذي يعد عدد المشتريين من بين 3 الذين يتسوقون عبر الأنترنيت.

ومنه $X \rightsquigarrow H(10,3,0.7)$ (0.25)

قانون الإحتمال هو:

$$P(X=x) = \frac{C_7^x \times C_3^{3-x}}{C_{10}^3} \quad (0.75)$$

$x \in \{0,1,2,3\}$.

② التوقع $E(X)=np=2.1$ (0.75)

ومنه نتوقع أن نجد مشتريين (2) من بين 3 يتسوقون عبر الأنترنيت.

③ إحتمال 2 يتسوقان عبر الأنترنيت:

$$P(X=2) = \frac{C_7^2 \cdot C_3^1}{C_{10}^3} = \frac{63}{120} = 0.525 \quad (0.5)$$

④ احتمال أن الأغلبية يتسوقون عبر الأنترنيت هو

$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 0.525 + 0.2917 = 0.8167. \quad (0.75)$$

التمرين 2 : (6 ن)

X "العمر الافتراضي بالسنوات قبل أول عطل للهاتف"

$X \rightsquigarrow E(0.3)$

① دالة كثافة الإحتمال لـ X هي :

$$f(x) = \begin{cases} 0.3\, e^{-0.3x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$ (1)

X هو متغير عشوائي مستمر لأن قيمه الممكنة (0,25) يأخذها في المجال $]-\infty, +\infty[$ (0,25) غير منتهية وغير قابل للعد.

② احتمال عدم تعطل الهاتف قبل الـ 3 سنوات الأولى :

$$P(X>3) = 1 - P(X \leq 3)$$

$$= 1 - \int_{-\infty}^{3} f(x)\,dx$$

$$= 1 - \int_{-\infty}^{0} 0\,dx - \int_{0}^{3} 0.3\, e^{-0.3x}\,dx$$ (1)

$$= e^{-0.3\times 3} = e^{-0.9} = 0.4066$$

③ احتمال تعطل الهاتف قبل نهاية السنة الثانية :

$$P(X<2) = \int_{-\infty}^{2} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{0} 0\,dx + \int_{0}^{2} 0.3 e^{-0.3x}\,dx$$

$$= 1 - e^{-0.3\times 2} = 1 - e^{-0.6}$$

$$= 0.4512$$ (1)

④ احتمال عدم تعطل الجهاز خلال السنة القادمة مع العلم أنه لم يتعطل خلال السنتين الأوليتين هو احتمال شرطي

$$P(X>3 / X>2) = \frac{P((X>2) \cap (X>3))}{P(X>2)}$$ (1,5)

$$= \frac{P(X>3)}{P(X>2)} = \frac{0.4066}{0.5488} = 0.7409$$

⑤ نتوقع أن يكون عمر الهاتف قبل أول خلل

$$E(X) = \frac{1}{\pi} = \frac{1}{0,3} = 3.33$$ (1)

أي 3.33 سنة .

التمرين 3 : (5 ن)

"X نتيجة الطالب في اختبار اللغة"

$X \rightsquigarrow N(500, (150)^2)$ (0,5)

① P- نسبة الذين سيتحصلون على أحسن من 640

$$P(X>640) = 1 - P(X \leq 640)$$

حيث : $Z = \frac{X-500}{150} \rightsquigarrow N(0,1)$ (0,5)

$$1 - P(X \leq 640) = 1 - P(Z < 0.93)$$
$$= 1 - F(0.93) = 1 - 0,8238$$
$$= 0,1762 .$$ (1,25)

فالنسبة المطلوبة هي 17,62%

ب- أضعف من 640

$$P(X<640) = 0,8238$$

فالنسبة هي 82.38% (1,25)

② نحسب أولا نسبة الموظفين من الجامعة

$$P(X<480) = P(Z<-0,13)$$

$$= F(-0.13) = 1 - F(0,13)$$

$$= 1 - 0,5517 = 0,4483$$

النسبة هي 44.83%

1,5

ومنه نسبة المتقدمين المقبولين هي 55.17%

التمرين 4 (5 ن)

$T \rightsquigarrow Student(30)$: $P(T>t) = 0.4$ ①

$P(T \leq t) = 0.6$ ومنه

1 $t = 0,256$ إذن

$T \rightsquigarrow Student(10)$: $P(T<2.55) = \alpha$ ②

1 $\alpha = 0,9841$

$X \rightsquigarrow \chi^2(20)$: $P(X<c) = 0,025$ ③

1 $c = 9.59$.

$X \rightsquigarrow \chi^2(20)$: $P(X>19.3) = \alpha$ ④

1 $\alpha = 0.50$

$X \rightsquigarrow Fisher(10,16)$: $P(a<X<b) = 0.98$ ⑤

0,5 $b = 3.69$

0,5 $a = 0,22$.