جامعة باجي مختار –عنابة–
كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم الاقتصادية
سنة ثانية جذع مشترك

2025/2024
المدة: ساعة ونصف

الامتحان النهائي في مادة إحصاء 3

التمرين الأول: 6 ن

1. عرف المتغيرة الثنائية وهات مثال عن كل نوع منها.
2. تتعلق معظم التوزيعات الاحتمالية المستمرة بعامل مهم حدده.
3. حدد أوجه التشابه والاختلاف بين التوزيع الثنائي والتوزيع البواسوني.

التمرين الثاني: 7 ن

مصنع ينتج 95 وحدة معيبة من بين 100 وحدة من الإنتاج الكلي بمصنع وطني، نسحب عينة من أربع وحدات ونسمي (X) المتغير العشوائي الذي يحسب عدد الوحدات الصالحة في العينة.

1. حدد نوع هذا التوزيع، ودالة كثافته الاحتمالية، والقيم التي يأخذها (X)
2. أوجد القيمة المتوقعة والتباين للمتغير العشوائي (X)
3. أحسب P(X=2)

التمرين الثالث: 7 ن

تستخدم مؤسسة منتجات شبه طبية تقنيات التسويق الرقمي للترويج لمنتجاتها، وتتلقى 70 طلبية في اليوم، إذا علمت أن نسبة توصيل الطلبيات المتوفرة تقدر بـ (75%)، أحسب احتمال أن تكون:

1. أكثر من 60 طلبية متوفرة تم توزيعها.
2. 50 طلبية متوفرة على الأكثر تم توزيعها.

ملاحظة:

- عدم استعمال اللون الأحمر
- الاستعانة بـ 4 أرقام بعد الفاصلة في الحسابات النهائية

بالتوفيق

Scanné avec CamScanner

(20)

الحل النموذجي للامتحان النهائي

في مادة الاحصاء 03

طلبة السنة 2 "LMD" تقيم العلوم الاقتصادية .

امتحن يوم 15 جانفي 2025 .

التمرين الأول: 6 ن

1.1 المتغيرة الثنائية: (0,25) هي متغيرة ذات بعدين (X,Y) و تعبر عن $f(x,y)$ (0,25) بدالة الكثافة الاحتمالية المشتركة للمتغيرين X و Y (0,25)

وقد تكون المتغيرة الثنائية إما كمية مستمرة (0,25) أو كمية منقطعة (0,25) أو تكون مختلطة (مستمرة ومنقطعة) (0,25).

* مثال عن النوع الثنائية المنقطعة: (مثال واحد فقط) (0,25).

(1) معدل الطالب في مادة الاحصاء مرتبط بعلامة التقويم المستمر (X) وعلامة الامتحان (Y) (0,25)

(2) الطلب على سلعة ما مرتبط بسعرها (X) وكميتها (Y) .

...

* مثال عن النوع الثنائية المستمرة: (مثال واحد فقط) (0,25).

(1) معدلات النمو مرتبطة بقسمة المؤنث (X) وعدد السنوات (Y) (0,25)

(2) مدة حياة البطارية مرتبطة بشدتها الأميبرية (X) عبر الزمن (Y) .

...

2- تتعلق معظم التوزيعات الاحتمالية المستمرة بعامل مهم هو "الزمن" (0,25)

3- أوجه التشابه بين التوزيع الثنائي (B) والتوزيع البواسوني (P):

* توزيعات احتمالية منقطعة. (0,25)
* امتداد لتجربة برنولي (0,25)
* نفس المميزات العددية: التوقع الرياضي $E(X)$ (0,25)
* احتمال النجاح ثابت في كل تكرار (0,25)

Scanné avec CamScanner

(0,5)

* أوجه الإختلاف :

- الثنائي يعبر عن الحالات العادية / البواسوني يعبر عن الحالات النادرة (0,25) (0,25)

- في الثنائي حجم العينة / المجتمع معلوم ، في البواسوني مجهول (0,25) (0,25)

التمرين الثاني : (07)

معالجة المعطيات :

احتمال الوحدة معيبة هو $\frac{95}{100} = 0,95$ --- $[q=0,95]$ (0,25)

احتمال الوحدة صالحة هو $\frac{5}{100} = 0,05$ --- $[p=0,05]$ (0,25)

حجم العينة هو 4 --- $[n=4]$ (0,5)

1. نوع التوزيع :

لما أن (X) يمثل عدد الوحدات الصالحة في العينة و المتكونة من 4 تجربة برنولي (0,5) فإن التوزيع ثنائي الحدين (1)

دالة الكتلة الإحتمالية :

(0,5) $X \rightsquigarrow B(4, (0,05))$

(0,5) $P(X=x_i) = C_4^x (0,05)^x (0,95)^{n-x}$

القيم التي يأخذها (X) :

(0,5) $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

2. حساب $E(X)$ و $Var(X)$:

(0,5) $E(X) = n.p = 4(0,05) = \boxed{0,2}$ (0,5)

$Var(X) = n.p.q = 4(0,05)(0,95) = \boxed{0,19}$ (0,5) (0,5)

3. حساب $P(X=2)$:

$P(X=2) = C_4^2 (0,05)^2 (0,95)^2$ $\Rightarrow$ (1)

$\boxed{P(X=2) = 0,0135}$

Scanné avec CamScanner

(3ب0)

التمرين الثالث : 7 ن

نلاحظ من معطيات التمرين أن التجربة الاحتمالية تتبع في الأصل توزيع ثنائي الحد (B) حيث $(n=70)$ ، $(P=0,75)$ ، $(q=0,25)$ (0,5)

ونظرا لصعوبة العمليات الحسابية عند تطبيق هذا التوزيع، يستحسن تقريبه إلى توزيع آخر. (0,25)

ونلاحظ أن تقريب هذا التوزيع إلى التوزيع البواسوني (P) لا تتوفر فيه الشروط لأن : $n=70>30$ لكن $n.p \leq 5$ غير محقق ، لأن : $n.p = 70(0,75 = 52,5 > 5$

وبالتالي فإنه يمكن تقريبه إلى التوزيع الطبيعي : (0,25)

لأن $n=70>30$ و $np = 52,5 > 5$

حيث يكون :

$X \rightsquigarrow N(52,5 ; 13,125)$ (1)

$m = E(X) = n.p = 52,5$ (0,25)

$\sigma^2 = Var(X) = n.p.q = 70(0,75)(0,25) = 13,125$

$\sigma = \sqrt{13,125} = 3,6228$ (0,25)

$Z = \frac{X_i - 52,5}{3,6238}$

$Z \rightsquigarrow N(0,1)$ (1)

1) حساب $P(X>60)$

$P(X>60) = P(X>60,5)$ (0,5)

$\Rightarrow P\left(Z > \frac{X-\bar{X}}{\sigma}\right) = P\left(Z > \frac{60,5-52,5}{3,6228}\right)$

$P(Z > 2,20) = 1 - \Phi(2,20) = 1 - 0,9861$

$\boxed{P(X>60) = 0,0139}$ (1)

2) حساب $P(X \leq 50)$

$P(X \leq 50) = P(X \leq 50,5)$ (0,5)

$= P\left(Z \leq \frac{50,5-52,5}{3,6228}\right)$

$= P(Z \leq -0,55) = 1 - \Phi(0,55)$

$= 1 - 0,7088$

$\boxed{P(X \leq 50) = 0,2912}$ (1)

نصف نقطة (0,5) ← تنظيم الورقة.

انتهى

Scanné avec CamScanner