إمتحان في مقياس الإحصاء 1

التمرين الأول: (10ن)

1- إذا كان لديك المعطيات التالية:

$$\bar{X} = 64.6 \ , \ Me = 63.1 \ , \ Mo = 62.7 \ , \ \sum fi(mi - \bar{x})^2 = 19044 \ , N=100$$

أ- أحسب قوة التشتت و فسرها.

ب-إستنتج شكل التوزيع بالإعتماد على مقاييس النزعة المركزية ومثله بيانيا؟

ج- أوجد شكل التوزيع بالإعتماد على معامل بيرسن البسيط؟

2- إذا كان لديك المعطيات التالية:

$$\sum fi(mi - \bar{x})^2 = 80 \ , \sum fi(mi - \bar{x})^3 = -6 \ , \ \sum fi(mi - \bar{x})^4 = 144 \ , \ N = 8$$

أوجد مع التفسير: معامل بيرسن للإلتواء بالعزوم، معامل فيشر للتفلطح بالعزوم؟

التمرين الثاني: (10ن)

تمثل البيانات في الجدول التالي الكميات المعروضة من سلعة ما والسعر المقابل لها خلال فترة معينة:

x	4	7	11	16	20	22	25	30	35	40
y	5	10	15	18	20	30	37	40	50	55

1- حدد المتغير المستقل والمتغير التابع ونوعهما؟

2- مثل سحابة النقاط بيانيا؟

3- هل يوجد ارتباط بين الكمية المعروضة والسعر، علل؟

4- أوجد معادلة الإنحدار الخطي البسيط لـ y على x؟

ملاحظة: يؤخذ رقمين بعد الفاصلة (دون تدوير) باستثناء معامل الإرتباط يؤخذ 4 أرقام بعد الفاصلة (دون تدوير)

بالتوفيق

الإجابة النموذجية

حل التمرين الأول: (10ن)

-1

أ- حساب قوة التشتت وتفسيرها

$$V_x = \frac{\sum f_i(X_i - \bar{x})^2}{N} \quad (0.5ن) \quad \Rightarrow \quad V_x = \frac{19044}{100} = 190,44 \quad (0.5ن)$$

$$S_x = \sqrt{V_x} \quad (0.5ن) \quad \Rightarrow S_x = \sqrt{190,44} = 13.8 \ (0.5ن)$$

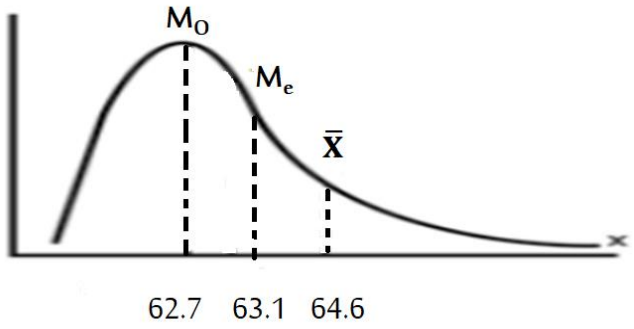
$$Cv(\%) = \frac{Sx}{|\bar{X}|} * 100 \quad (0.5ن) \quad \Rightarrow Cv(\%) = \frac{13.8}{|64.6|} * 100 \quad \Rightarrow \quad Cv(\%) = 21.36 \quad (0.5ن)$$

Cv% ⟨30 تشتت ضعيف ((0.5ن)

ب- استنتاج شكل التوزيع بالاعتماد على مقاييس النزعة المركزية:

بما أن: Mo = 62.7 < Me = 63.1 < $\bar{X}$ = 64.6 ، فإن التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين (1ن)

- التمثيل البياني للتوزيع: (1ن)



ج- إيجاد شكل التوزيع بالاعتماد على معامل بيرسن البسيط:

$$S_P = \frac{\bar{x} - M_O}{s_x} \quad (0.5ن) \Rightarrow SP = \frac{64,6 - 62,7}{13.8} = 0.13 \ (0.5ن)$$

بما أن: $S_P = 0.13 > 0$: فإن منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين (0.5ن)

أو، أو

$$S_P = \frac{3(\bar{x} - M_e)}{s_x} \quad (0.5ن) \Rightarrow S_P = \frac{3(64,6 - 63,1)}{13.8} = 0.32 \quad (0.50ن)$$

بما أن: $S_P = 0.32 > 0$: فإن منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين (0.50ن)

2- **إيجاد معامل بيرسن للالتواء بالعزوم SM_P:**

$M_2 = \frac{\Sigma f_i (Xi - \bar{x})^2}{N}$	$M_3 = \frac{\Sigma f_i (mX_i - \bar{x})^3}{N}$	$M_4 = \frac{\Sigma f_i (Xi - \bar{x})^4}{N}$
$= \frac{80}{8} = 10$	$= \frac{-6}{8} = -0,75$	$= \frac{144}{8} = 18$

$$SM_P = \frac{{M_3}^2}{{M_2}^3} \text{ (ن0.5)} \Rightarrow SM_P = \frac{(-0.75)^2}{(10)^3} = \frac{0.5625}{1000} = 0.000 \text{ (ن0.5)}$$

التفسير: بما أن: $SM_P = 0$: فإن منحنى التوزيع التكراري متماثل (ن0.5)

- **إيجاد معامل فيشر للتفلطح بالعزوم K_F:**

$$K_F = Kp-3 = \frac{M_4}{{M_2}^2} - 3 \text{ (ن0.5)} \Rightarrow K_F = \frac{18}{(10)^2} - 3 = 0.18 - 3 = -2.82 \text{ (ن0.5)}$$

التفسير: بما أن: $K_F < 0$: فإن شكل التوزيع مفلطح (ن0.50)

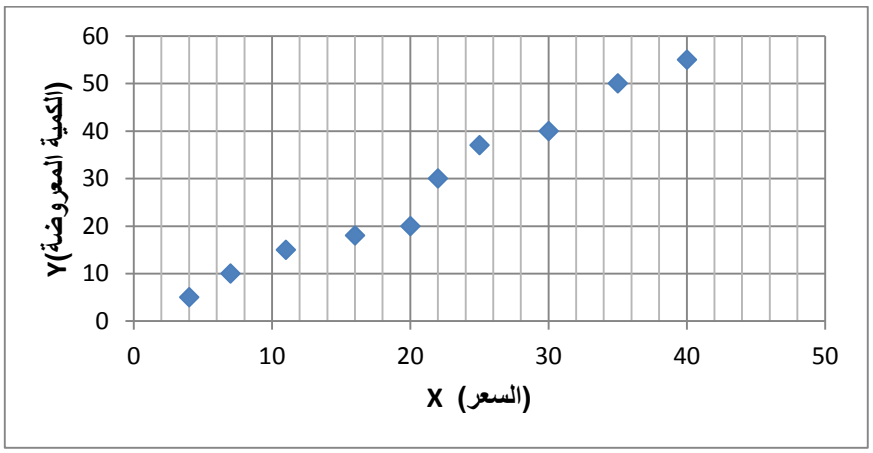
حل التمرين الثاني:(10ن)

1- تحديد المتغير التابع والمتغير المستقل:

3- السعر (x): المتغير المستقل(0.25) (متغير كمي مستمر)(0.25)

4- الكمية المعروضة (y): المتغير التابع(0.25) (متغير كمي مستمر)(0.25)

2- تمثيل سحابة النقاط بيانيا: (0,75)



نلاحظ من خلال شكل انتشار النقاط أن هناك ارتباط خطي (0,5)قوي طردي(0,5) بين السعر والكمية المعروضة، بحيث كلما زاد السعر زادت الكمية المعروضة (التغير موجب في نفس الإتجاه). (0,25)

3- **دراسة العلاقة بين الدخل والاستهلاك(الارتباط):**

x (السعر)	y (الكمية المعروضة)	xy	$(x)^2$	$(y)^2$
4	5	20	16	25
7	10	70	49	100
11	15	165	121	225
16	18	288	256	324
20	20	400	400	400
22	30	660	484	900
25	37	925	625	1369
30	40	1200	900	1600
35	50	1750	1225	2500
40	55	2200	1600	3025
210	280	7678	5676	10468

أ-**حساب التباين المشترك:** $cov(x,y)=\frac{\sum xy}{N}-\bar{x}\bar{y}$

- **حساب الوسط الحسابي للمتغيرين:**

$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{10}x_i}{N}=\frac{210}{10}=21$ (0,5) ; $\bar{y}=\frac{\sum_{i=1}^{10}y_i}{N}=\frac{280}{10}=28$ (0,5)

$cov(x,y)=\frac{\sum xy}{N}-\bar{x}\bar{y}=\frac{7678}{10}-(21)(28) \Rightarrow \boxed{cov(x,y)=179.8}$ (0,5)

التفسير: (0.5)

بما أن $cov(x,y)=179.8>0$: توجد علاقة طردية بين السعر والكمية المعروضة

ب- **حساب معامل الإرتباط بيرسون وتفسيره:** $r_{xy}=\frac{cov(x,y)}{S_xS_y}$

- **حساب الإنحراف المعياري للمتغيرين:**

$S_x=\sqrt{v_x}=\sqrt{\frac{\sum(x)^2}{N}-\bar{x}^2}=\sqrt{\frac{5676}{10}-(21)^2} \Rightarrow S_x=11.25$ (0,5)

$S_y=\sqrt{v_y}=\sqrt{\frac{\sum(y)^2}{N}-\bar{y}^2}=\sqrt{\frac{10468}{10}-(28)^2} \Rightarrow S_y=16.21$ (0,5)

- **معامل الإرتباط بين المتغيرين هو:**

$r_{xy}=\frac{cov(x,y)}{s_xs_y}=\frac{179.8}{11.25(16.21)} \Rightarrow \boxed{r_{xy}=0.9859}$ (0,5)

التفسير: (0.5): بما أن $0<r_{xy}<1$: يوجد إرتباط خطي موجب قريب من التام بين السعر والكمية المعروضة.

أ- **حساب معامل التحديد:**

$R^2=(r_{xy})^2.100=(0.9859)^2.100 \Rightarrow \boxed{R^2=97.19\%}$,5)

التفسير:

- بما أن: $90\% \leq R^2 < 100\%$ ، يوجد علاقة قوية جدا بين السعر والكمية المعروضة.(0.5)
- 97.19 % من التغيرات في الكمية المعروضة يفسرها التغير في السعر، و 2.81% تفسرها عوامل أخرى.(0.5)

4- **إيجاد معادلة الإنحدار الخطي البسيط للكمية المعروضة على السعر:**

$\hat{y_i}=\hat{a}\ x_i+\hat{b}$

$$\hat{a} = \frac{cov(x,y)}{(s_x)^2} = \frac{179.8}{(11.25)^2} = 1.42 \quad (0.5)$$

$$\hat{b} = \bar{y} - \hat{a}\,\bar{x} = 28 - 1.42\,(21) = -1.82 \quad (0.5)$$

ومنه معادلة الإنحدار هي: $\hat{y_i} = 1.42\ x_i - 1.82$ (0.5)

الحل بطريقة 2:

3- **دراسة العلاقة بين الدخل والاستهلاك(الارتباط):**

x (السعر)	y (الكمية المعروضة)	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
4	5	-17	-23	391	289	529
7	10	-14	-18	252	196	324
11	15	-10	-13	130	100	169
16	18	-5	-10	50	25	100
20	20	-1	-8	8	1	64
22	30	1	2	2	1	4
25	37	4	9	36	16	81
30	40	9	12	108	81	144
35	50	14	22	308	196	484
40	55	19	27	513	361	729
210	280	/	/	1798	1266	2628

أ- **حساب التباين المشترك:** $cov(x,y) = \frac{\sum(X_i - \bar{x})(y_j - \bar{y})}{N}$

- **حساب الوسط الحسابي للمتغيرين:**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{N} = \frac{210}{10} = 21 \quad (0,5) \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i}{N} = \frac{280}{10} = 28 \quad (0,5)$$

$$cov(x,y) = \frac{\sum(X_i - \bar{x})(y_j - \bar{y})}{N} = \frac{1798}{10} \Rightarrow \boxed{cov(x,y) = 179.8} \quad (0,5)$$

التفسير: (0.5) بما أن $cov(x,y) = 179.8 > 0$: توجد علاقة طردية بين السعر والكمية المعروضة.

ب- **حساب معامل الإرتباط بيرسون وتفسيره:** $r_{xy} = \frac{cov(x,y)}{S_x S_y}$

- **حساب الإنحراف المعياري للمتغيرين:**

$$S_X = \sqrt{v_x} = \sqrt{\frac{\sum(X_i - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{1266}{10}} \Rightarrow S_x = 11.25 \quad (0,5)$$

$$S_y = \sqrt{v_y} = \sqrt{\frac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{N}} = \sqrt{\frac{2628}{10}} \Rightarrow S_y = 16.21 \quad (0,5)$$

-

-

- **معامل الإرتباط بين المتغيرين هو:**

$$r_{xy} = \frac{cov(x,y)}{s_x s_y} = \frac{179.8}{11.25(16.21)} \Rightarrow \boxed{r_{xy} = 0.9859} \quad (0,5)$$

التفسير: (0.5): بما أن $\mathbf{0 < r_{xy} < 1}$: يوجد إرتباط خطي موجب قريب من التام بين السعر والكمية المعروضة.

ج- **حساب معامل التحديد:**

$\mathbf{R^2 = (r_{xy})^2 .100 = (0.9859)^2 .100 \Rightarrow}$ $\boxed{\mathbf{R^2 = 97.19\ \%}}$,5)

التفسير:

- بما أن: $\mathbf{90\% \leq R^2 < 100\ \%}$ ، يوجد علاقة قوية جدا بين السعر والكمية المعروضة.(0.5)
- 97.19 % من التغيرات في الكمية المعروضة يفسرها التغير في السعر، و 2.81% تفسرها عوامل أخرى.(0.5)