جامعة باجي مختار عنابة

كلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير

قسم علوم التسيير

السنة الأولى LMD

تخصص ميزانية الدولة

2025/01/20

المدة الزمنية: ساعة ونصف

اختبار السداسي الأول رياضيات 1

التمرين الأول (7ن):

I) لتكن الدالة f المعرفة على ® كما يلي :

$$f(x) = x^2 + |2 - x|$$

ادرس قابلية الاشتقاق للدالة f عند $_0 = 2$

II) لتكن الدالة ذات متغيرين المعرفة كما يلي :

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2 + x - 4y$$

1. احسب المشتقات الجزئية من الرتبة الأولى والثانية للدالة $f(x, y)$
2. هل الدالة $f(x, y)$ تقبل قيم حدية. اذا نعم حدد طبيعتها وقيمتها.

التمرين الثاني(8ن):

يحتوي كيس من السكر على 4 كغ على الساعة الثامنة، بعد كل ساعة نفرغ منه 5% ونضيف له 1,35 كغ من كيس آخر. نرمز ب u_n لوزن كيس السكر على الساعة $8 + n$, $n \in \mathbb{N}$.

مع العلم أن الكيس يحمل 10 كغ من السكر اذا كان ممتلئ.

أ. ماهو وزن الكيس على الساعة التاسعة والعاشرة

ب. بيّن أنّ (u_n) ليست حسابية ولا هندسية

ج. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = 0{,}95u_n + 1{,}35$$

1. (w_n) متتالية عددية معرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $w_n = u_n - 27$

أ. بيّن أنّ (w_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول w_0 .

ب. عبّر بدلالة n عن w_n ثم u_n .

ج. ماهو وزن الكيس على الساعة $13{:}00\ h$.

د. ابتداء من أي ساعة لا يمكن تكرار العملية.

التمرين الثالث(5ن):

1. انشر باستعمال قانون نيوتن عبارة A حيث :

$$A = (x - 3)^3$$

2. حل المعادلة الآتية: $2C_n^2 = 6C_n^3$

بالتوفيق للجميع.

جامعة باجي مختار عنابة — السنة الأولى L.M.D

كلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير — تخصص ميزانية الدولة

(2025 - 2024)

التصحيح النموذجي لامتحان مقياس الرياضيات للسداسي الأول :

التمرين 1 : (I).

$$f(x) = x^2 + |2-x|$$

• ندرس أولا الإشارة :

$2 - x = 0$

$\boxed{2 = x}$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$2-x$		$+$	0	$-$	

0,25

$$|2-x| = \begin{cases} 2 - x, & x < 2 \\ -2 + x, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 - x, & x < 2 \\ x^2 - 2 + x, & x \geq 2 \end{cases}$$

0,5

لدراسة قابلية الاشتقاق للدالة f عند $x_0=2$ نحسب النهاية التالية

$$\cdot \lim_{h \overset{<}{\to} 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \lim_{h \overset{<}{\to} 0} \frac{(2+h)^2+2-(2+h)-4-\cancel{2}+\cancel{2}}{h}$$

$$= \lim_{h \overset{<}{\to} 0} \frac{\cancel{4}+h^2+4h\cancel{+2}\cancel{-2}-h\cancel{-4}}{h} = \lim_{h \overset{<}{\to} 0} \frac{h^2+3h}{h} = \lim_{h \overset{<}{\to} 0} \frac{\cancel{h}(\overset{0}{h}+3)}{\cancel{h}}$$

$$= \boxed{3 = f'_g(2)} \quad 1$$

$$\cdot \lim_{h \overset{>}{\to} 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \lim_{h \overset{>}{\to} 0} \frac{(2+h)^2-2+(2+h)-4\cancel{+2}\cancel{-2}}{h}$$

$$= \lim_{h \overset{>}{\to} 0} \frac{\cancel{4}+h^2+4h\cancel{-2}\cancel{+2}+h\cancel{-4}}{h} = \lim_{h \overset{>}{\to} 0} \frac{h^2+5h}{h}$$

$$= \lim_{h \overset{>}{\to} 0} \frac{\cancel{h}(\overset{0}{h}+5)}{\cancel{h}} = \boxed{5 = f'_d(2)} \quad 1$$

لدينا

$$f'_g(2) \neq f'_d(2)$$

إذن f غير قابلة للاشتقاق عند $x_0=2$.

0,25

II

$$f(x,y) = x^2+3y^2+x-4y$$

-1

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + 1 \quad , \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 6y - 4 \quad , \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 6 \qquad 1,25$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 0$$

2 - الشرط الكافي :

$$\Delta = \frac{\partial^2 f(a,b)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 f(a,b)}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2$$

$$= 2 \cdot 6 - 0 = \boxed{12 > 0} \qquad 0,5$$

منه f تقبل قيم حدية وحيدة :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2 > 0 \qquad 0,25$$

إذن القيمة الحدية هي قيمة حدية دنيا (حد أدنى)

0,5

- الشرط الضروري :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x} = 2x + 1 = 0 \longrightarrow \boxed{x = -\dfrac{1}{2}} \\ \qquad (1) \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = 6y - 4 = 0 \longrightarrow \boxed{y = \dfrac{2}{3}} \end{cases} \Rightarrow (a,b) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$$

$\boxed{3}$, 71

ومنه : القيمة الحدية الدنيا : $(a,b) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$

$f\left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right) = -1,58..$ 0,5

التمرين 2 : ج) . 1 . لدينا :

$\cdot\ 8h:\ u_0 = 4\ kg$

$\cdot\ 9h = 8h + 1h:\ u_1 = 4 - \frac{5}{100}(4) + 1,35 \Rightarrow \boxed{u_1 = 4 \cdot 0,95 + 1,35}$

ومنه : وزن السكر على 9h : $\boxed{u_1 = 5,15\ Kg}$ 1

$\cdot\ 10h:\ u_2 = u_1 \cdot 0,95 + 1,35$

وزن السكر على 10h : $\boxed{u_2 = 6,24\ Kg}$ 1

ب . (u_n) ليست متتالية حسابية لأن :

$u_1 - u_0 = r = 1,15$

و : $u_2 - u_1 = r = 1,09$ $\Rightarrow 1,15 \neq 1,09$ 0,75

إذن (u_n) ليست حسابية

أيضا (v_n) ليست متتالية هندسية ، لأن :

$$\frac{u_1}{u_0} = q = 1,29$$

و

$$\frac{u_2}{u_1} = 1,21 = q \Rightarrow 1,29 \neq 1,21$$

0,75

إذن (v_n) ليست متتالية هندسية .

ج- لدينا :

$$u_0 = 4$$

$$u_1 = 0,95 u_0 + 1,35$$

$$u_2 = 0,95\, u_1 + 1,35$$

⋮

0,5

ومنه : $u_{n+1} = 0,95 u_n + 1,35$ ،

II) - أ -

$$W_n = u_n - 27$$

0,5

ب

$$\frac{W_{n+1}}{W_n} = \frac{u_{n+1} - 27}{u_n - 27} = \frac{0,95\, u_n + 1,35}{u_n - 27} = \frac{0,95\cancel{(u_n - 27)}}{\cancel{u_n - 27}}$$

$$= \boxed{0,95 = q}$$

$\boxed{1,5}$

$W_0 = U_0 - 27$

ومنه (W_n) هندسية حيث $\boxed{q = 0{,}95}$ و $0{,}25$

$W_0 = 4 - 27 \Rightarrow \boxed{W_0 = -23}$ $0{,}25$

ب - بما أن (W_n) متتالية هندسية إذن :

$W_n = W_0 \cdot q^n \Longrightarrow \boxed{W_n = (-23) \cdot (0{,}95)^n}$ $0{,}5$

ومنه :

$U_n = W_n + 27$

$\boxed{U_n = (-23) \cdot (0{,}95)^n + 27}$ $0{,}5$

ج - وزن الكلب على الساعة 13:00 يعني حساب الـ U_5 ؟؟

$U_5 = (-23)(0{,}95)^5 + 27 = 9{,}2 (\cancel{29})$

1

د - نلاحظ أن على الساعة 14:00 لدينا

$U_6 \simeq 10\ kg \ (U_6 = (-23)(0{,}95)^6 + 27)$ 1

ومنه من الساعة 14:00 لا يمكن تكرار العملية.

(حسب المعطيات الكمية القصوى يحمل 10kg).

#

التمرين 3: 1. باستعمال قانون Newton:

$$(x-3)^3 = \sum_{p=0}^{3} C_3^p \, x^{3-p} \cdot (-3)^p \quad 0{,}5$$

$$= C_3^0 x^3 (-3)^0 + C_3^1 x^2 (-3)^1 + C_3^2 x (-3)^2 + C_3^3 (-3)^3 \quad 0{,}5$$

لدينا:

$$C_3^0 = 1 \; (C_n^0) \quad 0{,}25$$

$$C_3^1 = n = 3 \quad 0{,}25$$

$$C_3^2 = n+1 = 3 \quad 0{,}25 \; (C_{n+1}^n)$$

$$C_3^3 = 1 \quad 0{,}25 \quad (C_n^n)$$

إذن:

$$\boxed{(x-3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27} \quad 1$$

#

-

لدينا:

$$2C_n^2 = 6C_n^3 \longrightarrow n \geq 2 \text{ و } n \geq 3$$

ومنه: $\boxed{n \geq 3}$ $0{,}25$

لدينا:

$$C_n^p = \frac{n(n-1)\cdots(n-p+1)}{p!} \quad 0{,}5$$

$$\Rightarrow \cancel{2}\left[\frac{n(n-1)}{\cancel{2!}}\right] = \cancel{6}\left[\frac{n(n-1)(n-2)}{\underset{6}{\cancel{3!}}}\right]$$ 0,25

$$n-1 = (n-1)(n-2) = n^2-2n-n+2$$

$$\Rightarrow n^2-4n+3=0$$ 0,2

$n = 1$ مرفوض $\qquad n \geq 3$

$\boxed{n=3}$

$\boxed{n=3}$ إذن

0,2

\# انتهى.