التصحيح النموذجي لامتحان مقياس نماذج التوازن العام
ماستر 2 اقتصاد دولي

حل التمرين 1 (8 نقاط)

(1) تعريف النمذجة: هي عملية ترجمة عبارة لغوية لمشكلة ما الى صيغة رياضية أو البرمجة الخطية. (1)

كيفية بناء النموذج (1)

1- تحديد المشكلة وتحديد المتغيرات (متغيرات القرار)
2- تكوين دالة الهدف على شكل دالة لمتغيرات محدودة
3- تحديد القيود التي تمكن لمتخذ القرار تجاوزها وذلك على شكل معادلات أو متراجحات رياضية

(2) تستخدم بيانات محاسبية وحسابات الاجتماعية SAM في عمليات التحليل بواسطة نماذج التوازن العام الحاسوبية (القابلة للحساب) CGE
Computable general equilibrium models

(3) تتحقق امثلية باريتو عندما: يمكن تحسين وضع اي فرد على الأقل دون الاضرار بوضع أو حالة الأطراف الأخرى (1)
يعني هذا أن المبادلات الاقتصادية تستمر طالما أن أو فطالما أن الأطراف المشاركة في التبادل تتحسن نحو الأفضل مما كانت عليه وهو ما يسمى بتحسينات باريتو Pareto improvements
وتتوقف التبادل عندما تستنفذ كل احتمالات تحسينات باريتو أي عند وصول السوق الى النقطة التي لا يمكن فيها تحسين وضع طرف دون الاضرار بوضع الطرف الآخر وبالتالي يصل النظام الى حالة امثلية باريتو Pareto optimality

وهي حالة من التوازن الفعال التي يتم فيها استخدام الموارد بشكل كامل وفعال بحيث لا توجد طريقة لتحسين رفاهية أحد الأطراف دون ان تقل رفاهية الطرف الآخر.

حل التمرين 2: 8 نقاط

(1) الشكل: يمثل edgeworth box وهو رسم توضيحي لتمثيل تبادل السلع بين طرفين في الاقتصاد بطريقة تحقق الكفاءة الاقتصادية وتظهر كيف يمكن لكل طرف تحسين رفاهيته عبر التبادل (1)

(2) A: مستهلك A
B: مستهلك B (3)

التوزيعات الأولية من السلعتين F و S للمستهلك A: (E_F^A, E_S^A)

التوزيعات الأولية من السلعتين F و S للمستهلك B: (E_F^B, E_S^B)

منحنيات السواء لكل من A و B: $\begin{pmatrix} U^A \\ U^B \end{pmatrix}$

E: توليفة تخصيص السلعتين لكل من A و B

(3) شرط التوازن في الاقتصاد.

1- تحقق امثلية باريتو. (1)

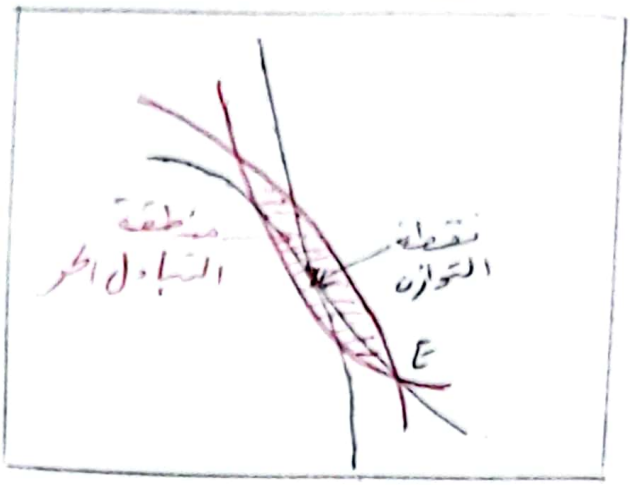
$$\begin{cases} MRS_A = MRS_B \\ \frac{MU_F^A}{MU_S^A} = \frac{MU_F^B}{MU_S^B} \end{cases}$$

2- مجموع السلع التي يمتلكها كل من A و B تتعدى التوزيعات الأولية (1)

$$\begin{cases} E_F^A + E_F^B = E_F \\ E_S^A + E_S^B = E_S \end{cases}$$

لأن هذا الاقتصاد يتكون من فردين A و B وليس فرد واحد

4. (1)



في المنطقة الحمراء هي منطقة التبادل الحر حيث يمكن اجراء تبادلات بين الطرفين دون جعل احدهما اسوء حالا، فاي توليفة داخل هذه المنطقة ستجعل كلا الطرفين افضل حالا حيث يتواصل التبادل فيما بينهما. ولاجل تعظيم منفعتهما وبالتالي كل توليفة داخل هذه المنطقة تحقق تحسين باريتو حتى تصل لنقطة [illegible] يمكن فيها اجراء اي تحسين اضافي لباريتو فتتوقف التبادلات وتتحقق امثلية باريتو وبالتالي التوازن الفعال.

(1)

ب- لو افترضنا انتقال الاقتصاد من النقطة E الى النقطة C فإنه:

بالنسبة للمستهلك A. فإن التوليفة C ستجعل حاله افضل مما كان عليه لأنها بعيدة عن نقطة الأصل (0,0) وتحقق اعظم منفعة.

اما بالنسبة للمستهلك B فستنخفض عنده كميات السلعتين S و F من E نحو C اذن ستجعل حاله اسوء. وذلك لانخفاض منفعته سواء من نقطة (0,0) وبالتالي ستنخفض منفعته.

وبما ان التوليفة C لا تحقق تحسين باريتو

حل التمرين 3 ـ 6 نقاط

① حساب قيم التوازن العام (x^*, y^*)

علينا أولا أن نجد توازن المستهلكين كل على حدى

أولا: المستهلك الأول "A"

$\text{Max } U_A = x_A \cdot y_A^2$

وتوزيعات الأولية للسلع هي $(x_A; y_A) = (9, 0)$

إذن دخل الفرد A هو قيمة 9 وحدات من x_A زائد قيمة 0 وحدة من y_A

فنكتب قيد الميزانية على الشكل

$9P_x + 0P_y = x_A P_x + y_A P_y$

ومنه بالنسبة للمستهلك A

$\text{Max } U_A = x_A y_A^2$

$\text{St } 9P_x = x_A P_x + y_A P_y$

$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = x_A y_A^2 + \lambda(9P_x - x_A P_x - y_A P_y)$

بالاشتقاق:

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_A} = y_A^2 - \lambda P_x = 0 \Rightarrow y_A^2 = \lambda P_x \dots ①$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y_A} = 2x_A y_A - \lambda P_y = 0 \Rightarrow 2x_A y_A = \lambda P_y \dots ②$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 9P_x - x_A P_x - y_A P_y = 0 \Rightarrow 9P_x = x_A P_x + y_A P_y \dots ③$

بقسمة ① / ②

$\frac{y_A^2 = \lambda P_x}{2x_A y_A = \lambda P_y} \Rightarrow \frac{y_A}{2x_A} = \frac{P_x}{P_y}$

$\boxed{y_A = 2x_A \frac{P_x}{P_y}} \dots ④$

بتعويض ④ في ③ نجد:

$9P_x = x_A P_x + 2x_A \frac{P_x}{P_y} P_y$

$9P_x = 3x_A P_x$

$x_A = \frac{9P_x}{3P_x}$

$\boxed{x_A^* = 3}$

بتعويض x^* في ④ نجد:

$\boxed{y_A^* = 6\frac{P_x}{P_y}}$

ثانيا: نفس الشيء بالنسبة للمستهلك B

$\text{Max } U_B = x_B^2 y_B$

$\text{St } 9P_y = x_B P_x + y_B P_y$

$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = x_B^2 y_B + \lambda(9P_y - x_B P_x - y_B P_y)$

بالاشتقاق وحل المعادلات كما في المثال السابق نجد:

$\boxed{x_B^* = 6\frac{P_y}{P_x}}$ و $\boxed{y_B^* = 3}$

إذن بالنسبة للتوازن العام:

يتحقق التوازن العام إذا تساوى كل من العرض والطلب

العرض = الطلب.

العرض: عدد الوحدات من السلع المعروضة في الاقتصاد.

بالنسبة للسلعة x لدينا (وفق التوزيعات الأولية)

9 وحدات من السلعة x بالنسبة للمستهلك A

0 وحدات من السلعة x بالنسبة لـ B.

إذن المعروض من السلعة x هو $9 = 0 + 9$.

اما الطلب على السلعة X

فهو ما يطلبه المستهلك A من السلعة X أي X_A^*

إضافة الى ما يطلبه المستهلك B من السلعة X اي X_B^*

وبالتالي بالنسبة للسلعة X فان:

العرض = الطلب. يعني:

$$X_A^* + X_B^* = 9$$

نفس الشيء بالنسبة للسلعة Y لدينا وفق التوزيعات الأولية:

0 وحدات من Y بالنسبة للمستهلك A

9 وحدات من Y بالنسبة للمستهلك B

اذن عرض السلعة Y هو $9 = 0 + 9$

اما الطلب على السلعة Y

وهو ما يطلبه كل المستهلكين A و B من السلعة Y أي $Y_A^* + Y_B^*$

اذن بالنسبة للسلعة Y فان:

العرض = الطلب Y يعني:

$$Y_A^* + Y_B^* = 9$$

$$\begin{cases} 9 = X_A^* + X_B^* \\ 9 = Y_A^* + Y_B^* \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 = 3 + 6\frac{P_Y}{P_X} \Rightarrow \boxed{\frac{P_Y}{P_X} = 1} \\ 9 = 3 + 6\frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow \boxed{\frac{P_X}{P_Y} = 1} \end{cases}$$

$$(X_A^*, X_B^*, Y_A^*, Y_B^*) = (3, 6, 6, 3) \quad (1)$$

اذن المستهلك A يستهلك 3 وحدات من X و 6 وحدات من Y

و المستهلك B يستهلك 6 وحدات من X و 3 وحدات من Y كي يتحقق التوازن العام

(2) مجموعة التخصيصات المثلى لباريتو.

التخصيص المثل لباريتو يعني ان $MRS_A = MRS_B$

MRS هو المعدل الحدي للاحلال (ميل منحنى السواء)

$$MRS_A = MRS_B$$

تعني ان منحنى سواء A يتقاطع مع منحنى السواء لـ B في نقطة واحدة.

اذن

$$\boxed{MRS_A = MRS_B \quad \Rightarrow \quad \frac{MU_{X_A}}{MU_{Y_A}} = \frac{MU_{X_B}}{MU_{Y_B}}} \quad (1)$$

MU: Marginal utilité: المنفعة الحدية

$$\frac{Y_A^2}{2X_A Y_A} = \frac{2X_B Y_B}{X_B^2}$$

$$\frac{Y_A}{2X_A} = \frac{2Y_B}{X_B}$$

بضرب الطرفين في الوسطين:

$$\boxed{Y_A X_B = 4 X_A Y_B} \quad \ldots (1)$$

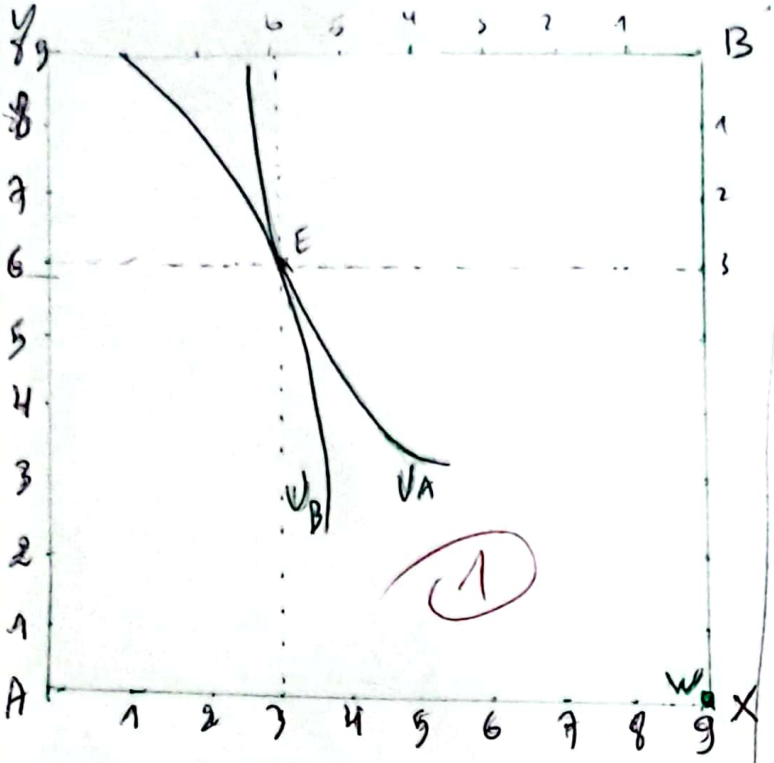
وهو الشرط لتحقق التخصيص المثل لباريتو

اي هو تقاطع منحنى السواء لـ A و B

لكن يجب ان تتعدى مجموع السلع المستهلكة التوزيعات الأولية

اذن بالنسبة للمستهلك A:

$$\left.\begin{matrix} 9 = X_A + X_B \\ 9 = Y_A + Y_B \end{matrix}\right\} \Rightarrow X_B = 9 - X_A \ldots (2) \Rightarrow Y_B = 9 - Y_A \ldots (3)$$



(1)

(4) الفرق بين التوازن العام والتخصيص الأمثل لباريتو:

(1) لحساب التوازن العام نحتاج إلى النظر إلى القيود المفروضة على المتغيرات إضافة إلى استعداد المستهلكين للتبادل بأسعار معينة أي التوازن العام يشمل أيضا معلومات الأسعار وبأخذ بالاعتبار التفاعلات السوقية الإجمالية في حين أن التخصيص الأمثل لباريتو يتعلق بتوزيع السلع دون أخذ السعر بعين الاعتبار.

نتعوض (2) و (3) في (1) نجد

$$y_A(9-x_A) = 4x_A(9-y_A)$$

$$9y_A - y_A x_A = 36x_A - 4x_A y_A$$

$$9y_A + 3y_A x_A = 36x_A$$

$$y_A(9+3x_A) = 36x_A$$

$$y_A = \frac{36x_A}{9+3x_A} = \boxed{\frac{12x_A}{3+x_A}}$$

نفس الشيء بالنسبة للمستهلك B.

$$9 = x_A + x_B \Rightarrow x_A = 9 - x_B \quad \ldots (4)$$

$$9 = y_A + y_B \Rightarrow y_A = 9 - y_B \quad \ldots (5)$$

نتعوض (4) و (5) في (1).

$$(9-y_B)x_B = 4(9-x_B)y_B$$

$$9x_B - x_B y_B = 36y_B - 4x_B y_B$$

$$9x_B = 36y_B - 3x_B y_B$$

$$9x_B = y_B(36-3x_B)$$

$$y_B = \frac{9x_B}{36-3x_B} = \boxed{\frac{3x_B}{12-x_B}}$$

إذا التخصيصات المثلى لباريتو هي

$$y_A = \frac{12x_A}{3+x_A}$$

$$y_B = \frac{3x_B}{12-x_B}$$

(1)

(3) التمثيل الصندوقي لإدجورث.