الإجابة النموذجية على الإمتحان في مقياس تحليل البيانات

إيجاد القيمة الذاتية (λ_1)

$$Tr(R) = \sum_{i=1}^{p} \lambda_i = p$$

$$\Rightarrow \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 3 \quad (0,5)$$

$$\lambda_1 = 3 - \lambda_2 - \lambda_3$$

$$\lambda_1 = 3 - 0,113 - 0,005$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = 2,882 \quad (0,5)$$

2/ إعداد جدول القيم الذاتية: Table (2,25)

الرقم	القيمة الذاتية (λ_i)	النسبة المئوية (%)	النسبة المئوية المتراكمة (%)
1	2,882 (0,25)	$\frac{2,882}{3} \times 100 = 96,066\%$	$\frac{882}{3} \times 100 = 96,066\%$
2	0,113	$\frac{0,113}{3} \times 100 = 3,766\%$	$\frac{882 + 0,113}{3} \times 100 = 99,833\%$
3	0,005	$\frac{0,005}{3} \times 100 = 0,166\%$	$(882 + 0,113 + 0,005)/3 \times 100 = 100\%$
	$\sum \lambda_i = 3$	100%	

إيجاد الشعاع الذاتي المقابل لـ λ_1:

for $\lambda_1 = 2,882$:

$$(R - \lambda I).U = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1,882 & 0,909 & 0,995 \\ 0,909 & -1,882 & 0,918 \\ 0,995 & 0,918 & -1,882 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

نكتب النظام السابق على صورة جملة معادلات خطية.

$$\left.\begin{aligned} -1,882\,u_1 + 0,909\,u_2 + 0,995\,u_3 &= 0 \\ 0,909\,u_1 - 1,882\,u_2 + 0,918\,u_3 &= 0 \\ 0,995\,u_1 + 0,918\,u_2 - 1,882\,u_3 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

لدينا نظاما متجانسا من المعادلات الخطية، فإنه يمكن حله باستخدام طريقة الحذف العاوس.

Gaussian Elimination.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -1,882 & 0,909 & 0,995 & 0 \\ 0,909 & -1,882 & 0,918 & 0 \\ 0,995 & 0,918 & -1,882 & 0 \end{array}\right]$$

$\frac{R_1}{-1,882} \longrightarrow R_1$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,482 & -0,528 & 0 \\ \text{n gna} & -1,882 & 0,918 & 0 \\ 0,995 & 0,918 & -1,882 & 0 \end{bmatrix}$$

$R_2 - 0,909 \times R_1 \longrightarrow R_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,482 & -0,528 & 0 \\ 0 & -1,443 & 1,397 & 0 \\ 0,995 & 0,918 & -1,882 & 0 \end{bmatrix}$$

$\frac{R_1}{-0,482} \longrightarrow R_1$

$$\begin{bmatrix} -2,074 & 1 & 1,095 & 0 \\ 0 & -1,443 & 1,397 & 0 \\ 0,995 & 0,918 & -1,882 & 0 \end{bmatrix}$$

$R_3 - 0,918 \times R_1 \longrightarrow R_3$

$$\begin{bmatrix} -2,074 & 1 & 1,095 & 0 \\ 0 & -1,443 & 1,397 & 0 \\ 2,898 & 0 & -2,887 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-1,443u_2 = -1,397u_3$$

$$\Rightarrow \boxed{u_2 = 0,968\,u_3}$$ 0,2ن

نحصل على: R_3

$$\ldots - 2,887u_3$$

$$\Rightarrow \boxed{u_1 = 0,996\,u_3}$$

$$\boxed{u_3 = u_3}$$ 0,2ن

عليه نكتب الشعاع الذاتي كما يلي:

$$V_1 = u_3 \begin{bmatrix} 0,996 \\ 0,968 \\ 1 \end{bmatrix}$$ 0,2ن

إيجاد الشعاع الذاتي المعياري يلتئم لـ (λ_1):

$$\|\vec{V_1}\| = \sqrt{0,996^2 + 0,968^2 + 1^2}$$ 0,2ن

$$= \boxed{1,711}$$

$$V'_1 = \frac{1}{1,711} \begin{bmatrix} 0,996 \\ 0,968 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,582 \\ 0,565 \\ 0,584 \end{bmatrix}$$ 0,2ن

ب. المركبات الأساسية PC1 ، PC2 :

$$F_{n\times k} = \hat{X}_{n\times p} \cdot V_{p\times k}$$ (0,1ن)

$$\hat{X}_{5\times 2} = \begin{bmatrix} -1,668 & -1,414 & -1,578 \\ 0,715 & 1,414 & 0,742 \\ -0,476 & -0,707 & -0,649 \\ 1,191 & 0,707 & 1,207 \\ 0,238 & 0 & 0,278 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,582 & 0,422 \\ 0,565 & -0,832 \\ 0,584 & 0,358 \end{bmatrix}$$ (0,1ن)

$$= \begin{bmatrix} -2,691 & -0,092 \\ 1,648 & -0,609 \\ -1,055 & 0,155 \\ 1,797 & 0,346 \\ 0,300 & 0,199 \end{bmatrix}$$ (2,1ن)

$$PC_1 = \begin{bmatrix} -2,691 \\ 1,648 \\ -1,055 \\ 1,797 \\ 0,300 \end{bmatrix}$$ (0,2ن) ; $$PC_2 = \begin{bmatrix} -0,092 \\ -0,609 \\ 0,155 \\ 0,346 \\ 0,199 \end{bmatrix}$$ (0,2ن)

1) المرتكزات الأساسية التي نقوم بأخذها وفق كل معيار:

أ/ معيار كايزر (Kaiser): وفق هذا المعيار نأخذ كل القيم الذاتية الأكبر من 1 وعليه فإن هذه الحالة نأخذ $\lambda_1 = 2,882$ فقط. (0,5)

ب/ معيار نسبة التغير العاملي الأول: وفق هذا المعيار إذا كانت قيمة النسبة $\frac{\lambda_1}{\sum \lambda_i} \times 100$ أكبر من 80% فإننا نأخذ بالتغير العاملي الأول، وفق هذه الحالة نجد أن هذه النسبة تساوي: 96,066% وبالتالي فإننا نكتفي بالتغير العاملي الأول فقط. (0,5)

ج/ معيار نسبة التغير العاملي الثاني: وفق هذا المعيار، إذا كانت قيمة النسبة $\frac{\lambda_2}{\sum \lambda_i} \times 100$ أكبر من 15% فإننا نأخذ بالتغير العاملي الثاني، وفق هذه الحالة نجد أن هذه النسبة تساوي 3,766% وبالتالي فإننا نكتفي بالتغير العاملي الأول فقط. (0,5)

2) الإجابة على الأسئلة التالية:

1/ يقع معامل الارتباط بين المتغيرين في المجال $[-1; 1]$ (1)

2/ أمثلة المتغير بالنوع الاسمي: النوع (ذكر، أنثى) (1)