السلسلة2: التوازن في المدى القصير

التمرين1:

تقدر دالة التكلفة الكلية لمؤسسة تنتج في سوق منافسة كما يلي: $CT = 4x^2 + 3x + 16$

1- إذا كان سعر السوق يساوي 27، حدد الكمية التي تنتجها المؤسسة وربحها؟

2- أحسب حد الإغلاق وحد المردودية؟

3- استنتج وضعية المؤسسة، موضحا في بيان واحد توازن السوق والمؤسسة؟

4- إستنتج وضعية المؤسسة:

- إذا افترضنا أن سعر السوق يساوي 2
- إذا افترضنا أن سعر السوق يساوي 10
- إذا افترضنا أن سعر السوق يساوي 19

التمرين2:

قدرت دوال العرض والطلب الكلي على السلعة x في سوق منافسة تامة كما يلي :

$$X_S = 10P - 75 \ , \quad X_D = 84.5 - P$$

1- أوجد سعر وكمية التوازن في السوق؟

2- تنتج مؤسسة(النور) السلعة x وتتغير تكلفتها المتوسطة حسب مستوى الإنتاج كما هو موضح في الجدول التالي:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
CTM	0	10	7	5.5	5	5.5	7	9	11.75

حدد كمية x التي تناسب أقصى ربح للمؤسسة واحسب قيمة هذا الربح؟

3- إذا تغيرت دالة الطلب وأصبحت: $X_d = 101 - P$

أوجد سعر وكمية التوازن في فترة التسويق والربح المناسب الذي تأخذه مؤسسة النور؟

التمرين3:

تنتج السلعة x من طرف 50 مؤسسة من النوع A و50 مؤسسة من النوع B.

فإذا كانت دالة التكلفة الكلية للمؤسسة من النوع A من الشكل:

$$CT_A = 5/3\, x_A^{\ 2} + 200/3\, x_A + 3000$$

ودالة التكلفة الكلية للمؤسسة من النوع Bمن الشكل:

$$CT_B = 5\, x_B^{\ 2} + 200\, x_B + 500$$

ويوجد 1000 مستهلك في السوق، حيث دالة الطلب الفردي تأخذ الشكل التالي:

$$x = -0.026P + 7$$

حدد توازن المدى القصير للسوق ووضح النتائج في بيان؟

حل التمرين1:

1- تحديد الكمية التي تنتجها المؤسسة وحساب ربحها إذا كان P = 27 :

توازن المؤسسة في سوق منافسة مثلى في المدى القصير: P = Cmg

$$\Rightarrow \quad 27 = 8x + 3 \Rightarrow x = \frac{27-3}{8} \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 3}$$

$\pi = RT - CT = \bar{P}\,\bar{x} - (4\bar{x}^2 + 3\,\bar{x} + 16) = 27(3) - (4(3^2) + 3(3) + 16) =$ **20** وربحها هو:

2- حساب حدي الإغلاق والمردودية:

➢ **حد الإغلاق: P ≤ Min CVM**

$$CT = 4x^2 + 3x + 16$$

$$CV = 4x^2 + 3x$$

$$\Rightarrow CVM = \frac{CV}{X} = 4x + 3$$

$$\text{Min CVM} \Rightarrow CVM' = 0$$

$$\Rightarrow \quad 1 = 0 \text{ غير ممكن}$$

وعليه نأخذ (x = 0) كمية الإغلاق ونعوضها في CVM فنجد: Min CVM = 4(0) + 3 = **3**

ومنه: **حد الإغلاق: P ≤ 3** (مع التفسير)

➢ **حد المردودية: P > Min CTM**

$$CT = 4x^2 + 3x + 16$$

$$\Rightarrow \quad CTM = \frac{CT}{X} = 4x + 3 + \frac{16}{X}$$

$$\text{Min CTM} \Rightarrow CTM' = 0$$

$$\Rightarrow 4 - \frac{16}{X^2} = 0 \Rightarrow 4 = \frac{16}{X^2} \Rightarrow 4x^2 = 16 \Rightarrow X^2 = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 & \text{مرفوض} \\ x = 2 & \text{مقبول} \end{cases}$$

وعليه نأخذ (x =2) كمية المردودية ونعوضها في CTM فنجد: Min CTM = 4(2) + 3 + $\frac{16}{2}$ = **19**

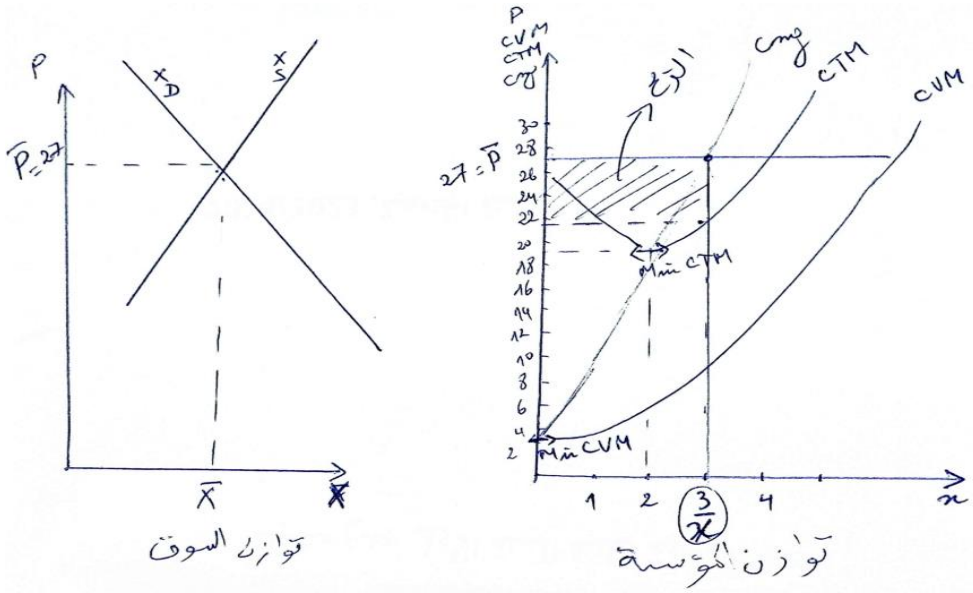
ومنه: **حد المردودية: P > 19** (مع التفسير)

3- استنتاج وضعية المؤسسة، موضحا في بيان واحد توازن السوق والمؤسسة:

- لدينا **حد الإغلاق: P ≤ 3** : بما أن: (سعر السوق > حد الإغلاق: 27 > 3) فإن: المؤسسة ستكون متواجدة في السوق ولن تغلق أبوابها.

- لدينا **حد المردودية: P > 19** : بما أن: (سعر السوق > حد المردودية: 27 > 19) فإن: المؤسسة ستكون في حالة ربح.

التمثيل البياني:



4- إستنتاج وضعية المؤسسة:

➢ **إذا افترضنا أن P = 2:**

- لدينا **حد الإغلاق:** $3 \leq P$: بما أن: $\begin{pmatrix} \text{حد الإغلاق} & < & \text{سعر السوق} \\ 3 & > & 2 \end{pmatrix}$ فإن: المؤسسة ستنسحب من السوق وتغلق أبوابها.

- لدينا **حد المردودية:** $19 > P$: بما أن: $\begin{pmatrix} \text{حد المردودية} & > & \text{سعر السوق} \\ 19 & > & 2 \end{pmatrix}$ فإن: المؤسسة ستكون في حالة خسارة.

➢ **إذا افترضنا أن P = 10:**

- لدينا **حد الإغلاق:** $3 \leq P$: بما أن: $\begin{pmatrix} \text{حد الإغلاق} & < & \text{سعر السوق} \\ 3 & < & 10 \end{pmatrix}$ فإن: المؤسسة ستكون متواجدة في السوق ولن تغلق أبوابها.

- لدينا **حد المردودية:** $19 > P$: بما أن: $\begin{pmatrix} \text{حد المردودية} & > & \text{سعر السوق} \\ 19 & > & 10 \end{pmatrix}$ فإن: المؤسسة ستكون في حالة خسارة.

➢ **إذا افترضنا أن P = 19:**

- لدينا **حد الإغلاق:** $3 \leq P$: بما أن: $\begin{pmatrix} \text{حد الإغلاق} & < & \text{سعر السوق} \\ 3 & < & 19 \end{pmatrix}$ فإن: المؤسسة ستكون متواجدة في السوق ولن تغلق أبوابها.

- لدينا **حد المردودية:** $19 > P$: بما أن: $\begin{pmatrix} \text{حد المردودية} & = & \text{سعر السوق} \\ 19 & = & 19 \end{pmatrix}$ فإن: المؤسسة ستكون في حالة توازن(لا ربح لا خسارة).

حل التمرين2:

1- إيجاد سعر وكمية التوازن في السوق:

توازن السوق $\Leftarrow X_S = X_D \Leftarrow$ $10P - 75 = 84.5 - P$

$\Rightarrow 11P = 159.5 \Rightarrow$ $\boxed{\bar{P} = 14.5}$

نعوض $\bar{P} = 14.5$ إما في دالة العرض أو دالة الطلب نجد: $\bar{X} = 10\bar{P} - 75 \Rightarrow$ $\boxed{\bar{X} = 70}$

2- تحديد كمية x التي تناسب أقصى ربح للمؤسسة وحساب قيمة هذا الربح:

توازن المؤسسة في سوق منافسة تامة: $P = Cmg \Leftarrow Cmg = 14.5$

بالعودة للجدول نحسب **CT** ثم **Cmg**

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
CTM	0	10	7	5.5	5	5.5	7	9	11.75
CT= CTM . X	0	10	14	16.5	20	27.5	42	63	94
$Cmg = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}$	/	10	4	2.5	3.5	7.5	14.5	21	31

$Cmg = 14.5 \Rightarrow$ $\boxed{\bar{x} = 6}$

وربحها هو: $\pi = RT - CT = \bar{P}\,\bar{x} - CT = 14.5(6) - 42 \Rightarrow$ $\boxed{\pi = 45}$

3- إذا تغيرت دالة الطلب وأصبحت: $X_D = 101 - P$ ، إيجاد سعر وكمية التوازن في فترة التسويق والربح المناسب الذي تأخذه مؤسسة النور:

في فترة التسويق يكون العرض ثابتا، لذلك تبقى $\bar{X} = 70$، نعوض هذه القيمة في دالة الطلب الجديدة

لنجد: سعر توازن السوق $X_D = 101 - P \Rightarrow 70 = 101 - P \Rightarrow$ $\boxed{\bar{P} = 31}$

بالعودة للجدول نجد: $P = Cmg = 31 \Rightarrow$ $\boxed{\bar{x} = 8}$

وربح المؤسسة هو: $\pi = RT - CT = \bar{P}\,\bar{x} - CT = 31(8) - 94 \Rightarrow$ $\boxed{\pi = 154}$

حل التمرين الثالث:

لإيجاد توازن السوق في المدى القصير يجب:

1- إيجاد دالة عرض المؤسسة الواحدة من النوع A:

توازن المؤسسة **من النوع A** في سوق منافسة مثلى في المدى القصير: $P = Cmg_A$

$$CT_A = 5/3\, x_A^{\,2} + 200/3\, x_A + 3000$$

$$\Rightarrow P = 10/3\, x_A + 200/3 \Rightarrow x_A = \frac{3P - 200}{10} \Rightarrow \boxed{x_A = 0{,}3P - 20}$$

➢ **حد الإغلاق للمؤسسة من النوع A: $P \leq Min\ CVM_A$**

$$CT_A = 5/3\, x_A^{\,2} + 200/3\, x_A + 3000$$

$CV_A = 5/3\ x_A^{\ 2} + 200/3\ x_A \Rightarrow CVM_A = \frac{CV_A}{X_A} = 5/3\ x_A + 200/3$

$\text{Min } CVM_A \Rightarrow CVM_A' = 0$

$\Rightarrow$ مستحيل $5/3 = 0$

وعليه نأخذ $(x_A = 0)$ كمية الإغلاق ونعوضها في CVM_A فنجد:

$\text{Min } CVM_A = 5/3\ (0) + 200/3 =$ **200/3**

ومنه **حد الإغلاق للمؤسسة من النوع A:** **$P \leq 200/3$**

إذا دالة عرض **المؤسسة الواحدة من النوع A** هي:

$$\begin{cases} x_A = 0 & \text{إذا كان } P \leq 200/3 \\ x_A = 0.3P - 20 & \text{إذا كان } P > 200/3 \end{cases}$$

ودالة عرض **50 مؤسسة من النوع A** هي:

$$\begin{cases} X_A = 0 & \text{إذا كان } P \leq 200/3 \\ X_A = 50\ x_A = 15P - 1000 & \text{إذا كان } P > 200/3 \end{cases}$$

2- إيجاد دالة عرض المؤسسة الواحدة من النوع B:

توازن المؤسسة **من النوع B** في سوق منافسة مثلى في المدى القصير: $P = Cmg_B$

$CT_B = 5\ x_B^{\ 2} + 200\ x_B + 500$

$\Rightarrow P = 10\ x_B + 200 \Rightarrow x_B = \frac{P-200}{10} \Rightarrow$ **$X_B = 0{,}1P - 20$**

➢ **حد الإغلاق للمؤسسة من النوع B: $P \leq \text{Min } CVM_B$**

$CT_B = 5\ x_B^{\ 2} + 200\ x_B + 500$

$CV_B = 5\ x_B^{\ 2} + 200\ x_B \Rightarrow CVM_B = \frac{CV_B}{X_B} = 5\ x_B + 200$

$\text{Min } CVM_B \Rightarrow CVM_B' = 0$

$\Rightarrow 5 = 0$ مستحيل

وعليه نأخذ $(x_B = 0)$ كمية الإغلاق ونعوضها في CVM_B فنجد:

$\text{Min } CVM_B = 5\ (0) + 200 =$ **200**

ومنه **حد الإغلاق للمؤسسة من النوع B:** **$P \leq 200$**

إذا دالة عرض **المؤسسة الواحدة من النوع B** هي:

$$\begin{cases} x_B = 0 & \text{إذا كان } P \leq 200 \\ x_B = 0.1P - 20 & \text{إذا كان } P > 200 \end{cases}$$

ودالة عرض **50 مؤسسة من النوع B** هي:

$$\begin{cases} X_B = 0 & \text{إذا كان } P \leq 200/3 \\ X_B = 50\, x_B = 5P - 1000 & \text{إذا كان } P > 200/3 \end{cases}$$

3- إيجاد دالة عرض السوق المكون من 50 مؤسسة من النوعA و50 مؤسسة من النوع B:

$$\begin{cases} X_S = 0 & \text{إذا كان } P \leq 200/3 \\ X_S = 50\, x_A = 15P - 1000 & \text{إذا كان } 200/3 < P \leq 200 \\ X_S = 50\, x_A + 50\, x_B = 20P - 2000 & \text{إذا كان } P > 200 \end{cases}$$

4- إيجاد دالة طلب السوق المكون من 1000 مستهلك

$X_D = 1000(-0.026P + 7) \Rightarrow$ **$X_D = -26P + 7000$**

5- إيجاد توازن السوق في المدى القصير:

توازن السوق : $X_D = X_S$

الحالة1: $P > 200$ إذا كان $X_S = 50x_A + 5x_B = 20P - 2000$

$\Rightarrow -26P + 7000 = 20P - 2000 \Rightarrow 46P = 9000 \Rightarrow \overline{P} = 195.65$ **(مرفرض لأنه أقل من 200)**

الحالة2: $200/3 < P \leq 200$ إذا كان $X_S = 50x_A = 15P - 1000$

$\Rightarrow -26P + 7000 = 15P - 1000 \Rightarrow 41P = 8000 \Rightarrow$ **سعر التوازن** $\boxed{\overline{P} = 195.12}$

(مقبول لأنه محصور بين 200 و $200/3$)

ومنه كمية التوازن في هذا السوق في المدى القصير هي:

نعوض $\overline{P}$ =195,12 في دالة الطلب نجد:

$\Rightarrow \overline{X} = -26\,\overline{P} + 7000 \Rightarrow$ **كمية التوازن** $\boxed{\overline{X} = 1926.88}$

6- التمثيل البياني: