

معامل الارتباط الخطي

1-تعريف الارتباط الخطي:

هو علاقة بين متغيرين ما إذا كان أحدهما مرتبطا بتغير الآخر وعند تحليل العلاقة بين المتغيرين يجب الاهتمام بالإجابة على سؤالين:

1-هل يرتبط هذان المتغيران؟

وللإجابة تكون بمعرفة درجة أو قوة الارتباط بين المتغيرين من خلال قياسها.

2-ما هو اتجاه وشكل الارتباط الموجود (شكل الانتشار)؟

الإجابة تكون بمعرفة ما إذا كان المتغيران يتغيران بنفس الاتجاه (زيادة/نقصان) فهذا ارتباط طردي (موجب)، أما إذا كان التغير باتجاه عسكي فهذا ارتباط معاكس (سلبي).

2-أنواع الارتباط الخطي:

-ارتباط بسيط: هو ارتباط بين متغيرين فقط (x و y فقط).

-ارتباط متعدد: هو ارتباط يدرس العلاقة بين أكثر من متغيرين.

3-قياس الارتباط الخطي:

3-1-معامل الارتباط الخطي البسيط بيرسون (pearson): وقياس قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين كميين.

3-1-معامل الارتباط الخطي البسيط سبيرمان (spearman): وقياس قوة الارتباط بين متغيرين ترتيبيين.

4-خصائص الارتباط الخطي: وتتمثل فيما يلي:

-يتم قياسه من خلال معامل r وهو محصور بين $[-1, 1]$.

-تتأثر قيمة r باختلاف حجم العينة.

-تدل إشارة معامل الارتباط r على طبيعة العلاقة (طردية موجبة، عكسية سالبة).

-تدل قيمة معامل الارتباط r على قوة العلاقة (تامة، ضعيفة، متوسطة، مرتفعة).

5- أشكال الارتباط حسب قوة معامل الارتباط r:

أ- إذا كان Y (التابع) يزداد بزيادة X المستقل:

1- ارتباط موجب تماما:

الزيادة في X تؤدي إلى الزيادة تماما في Y.

2- ارتباط موجب قوي:

الزيادة في X تؤدي إلى الزيادة في Y.

3- ارتباط موجب ضعيف:

الزيادة في X تؤدي إلى الزيادة نوعا ما Y وذلك لوجود أسباب أخرى.

ب- إذا كان Y يتناقص بزيادة X:

1- ارتباط سلبي تماما:

الزيادة في X تؤدي إلى التقليل أو النقصان تماما في قيمة Y.

2- ارتباط سلبي قوي:

الزيادة في X تؤدي إلى التقليل أو النقصان في قيمة Y.

3- ارتباط سلبي ضعيف:

الزيادة في X تؤدي إلى التقليل أو النقصان نوعا ما في قيمة Y.

ج- عدم وجود علاقة ارتباط:

لا توجد علاقة بين X و Y .

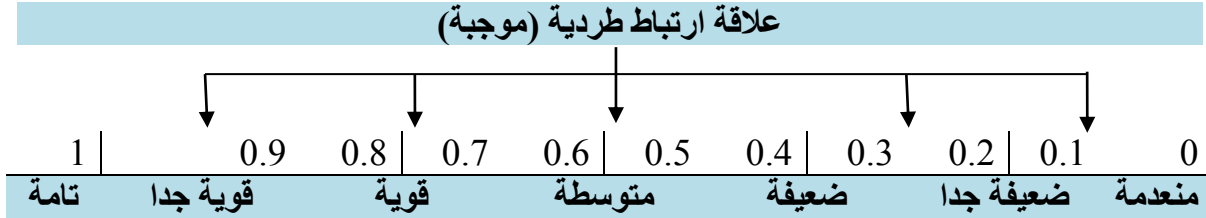
6- طريقة حساب معامل الارتباط r:

يعتبر معامل بيرسون للارتباط الخطي البسيط من أشهر الطرق وأبسطها لقياس العلاقة بين المتغيرين. وصيغته كما يلي:

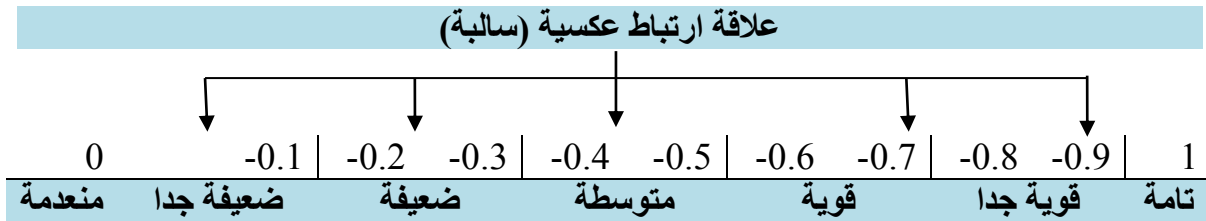
$$r = \frac{\sum (xi - \bar{X})(yi - \bar{y})}{\sqrt{\sum (xi - \bar{X})^2} \sqrt{\sum (yi - \bar{y})^2}}$$

ويتم تفسير النتيجة وفقا للمجالات التالية:

✓ إذا كانت النتيجة موجبة:



✓ إذا كانت النتيجة سالبة:



7-معامل التفسير R^2 :

هو معامل للارتباط يقيس قوة العلاقة بين متغيرين، يستخدم لتفسير نسبي للمتغيرات الحاصلة على مستوى المتغير التابع Y والتي سببها المتغير المستقل X. وصيغته الحسابية كما يلي:

$$R^2 = \frac{[\sum (xi - \bar{X})(yi - \bar{y})]^2}{\sum (xi - \bar{X})^2 \sum (yi - \bar{y})^2}$$

تمرين:

لديك البيانات التالية حول عمر الفرد والطلب على سلعة معينة لعينة حجمها 11 مفردة كما يلي:

X_i	Y_i
5	85
4	103
6	70
5	82
5	89
5	98
6	66
6	95
2	169
7	70
7	48
/	/

المطلوب: أوجد ما يلي مع تفسير النتائج:

1- العلاقة الخطية بين المتغيرين؟

2- معامل التفسير؟

الحل:

Xi	Yi	(Xi-$\bar{X}$i)	(Xi-$\bar{X}$i)²	(Yi-$\bar{y}$i)	(Yi-$\bar{y}$i)²	(Xi-$\bar{X}$i).(Yi-$\bar{y}$i)
5	85	-0.27	0.07	-3.64	13.25	0.98
4	103	-1.27	1.61	14.36	206.21	-18.24
6	70	0.73	0.53	-18.64	347.45	-13.61
5	82	-0.27	0.07	-6.64	44.09	1.79
5	89	-0.27	0.07	0.36	0.13	-0.10
5	98	-0.27	0.07	9.36	87.61	-2.53
6	66	0.73	0.53	-22.64	512.57	-16.53
6	95	0.73	0.53	6.36	40.45	4.64
2	169	-3.27	10.69	80.36	6457.73	-262.78
7	70	1.73	2.99	-18.64	347.45	-32.25
7	48	1.73	2.99	-40.64	1651.61	-70.31
58	975	/	20.15	/	9708.55	-408.97

1/ إيجاد العلاقة الخطية المتغيرين (معامل الارتباط الخطي):

$$\bar{X} = \frac{\sum Xi}{N} = \frac{58}{11} = 5.27$$

$$\bar{y} = \frac{\sum Yi}{N} = \frac{975}{11} = 88.64$$

$$r = \frac{\sum (xi - \bar{X})(yi - \bar{y})}{\sqrt{\sum (xi - \bar{X})^2} \sqrt{\sum (yi - \bar{y})^2}} = \frac{-408.97}{\sqrt{(20.15)} \sqrt{9708.55}} \quad r = \frac{-408.97}{(4.78) \cdot (98.53)}$$

$$r = \frac{-408.97}{441.41} = -0.926$$

$$r = -0.926$$

من النتيجة يستنتج أنه توجد علاقة ارتباط عكسية (سالبة) قوية جدا بين عمر الفرد والطلب على سلعة معينة.

2/ إيجاد معامل التفسير:

$$R^2 = \frac{[\sum (xi - \bar{X})(yi - \bar{y})]^2}{\sum (xi - \bar{X})^2 \sum (yi - \bar{y})^2} = \frac{[-408.94]^2}{(20.15) \cdot (9708.55)} = \frac{167231.92}{195627.28} = 0.854$$

$$R^2 = 0.854$$

85.4% من التغيرات التي تطرأ على المتغير التابع Y (الطلب على السلعة) سببه المتغير المستقل X (عمر الفرد)، والنسبة الباقية 14.6% تعود إلى متغيرات لم تدخل في نموذج الدراسة.