المحاضرة
رقم 06

نموذج الإنحدار الخطي
-طريقة المربعات الصغرى-

1- الانحدار الخطي البسيط:

هو البحث في العلاقة بين المتغير المستقل Xi والمتغير التابع Yi حيث X هو المؤثر و Y هو المتأثر. ويتم قياس العلاقة على شكل دالة خطية، حيث X هو المتسبب في تغير Y. وعند تمثيل العلاقة بين المتغيرين بيانيا فإن جميع القيم تقع على خط مستقيم واحد.

الغرض من الانحدار الخطي البسيط هو دراسة وتحليل أثر متغير كمي على متغير كمي آخر.

3-معادلة الإنحدار باستخدام طريقة المربعات الصغرى (OLS):

تعتمد هذه الطريقة على تقليل مجموع مربعات انحرافات القيم الحقيقية عن القيم التقديرية، وتتميز بعدم التحيز وإمكانية تباين واختلاف أقل.

تتمثل في الصيغة التالية:

$$yi = axi + b$$

حيث أن:

- ✓ حساب ميل الانحدار (المعلمة a):

$$a = \frac{\sum(xi - \overline{X})(yi - \overline{y})}{\sum(xi - \overline{X})^2}$$

- ✓ حساب الثابت للانحدار (المعلمة b):

$$b = \overline{y} - a\overline{X}$$

تمرين:
لديك البيانات التالية كما يلي:

Xi	Yi
1	10
4	12
5	14
2	13
6	11
8	15
7	16
9	18
8	20
10	21
/	/

المطلوب: أوجد ما يلي مع تفسير النتائج:
1-تحدبد معادلة الانحدار باستخدام طريقة المربعات الصغرى (OLS)؟

الحل:

Xi	Yi	$(Xi-\overline{X}i)$	$(Xi-\overline{X}i)^2$	$(Yi-\overline{y}i)$	$(Xi-\overline{X}i).(Yi-\overline{y})$
1	10	−5	25	−5	25
4	12	−2	4	−3	6
5	14	−1	1	−1	1
2	13	−4	16	−2	8
6	11	0	0	−4	0
8	15	2	4	0	0
7	16	1	1	1	1
9	18	3	9	3	9
8	20	2	4	5	10
10	21	4	16	6	24
60	**150**	/	**80**	/	**84**

1/إيجاد معادلة الانحدار بطريقة المربعات الصغرى (OLS):

$$\overline{X} = \frac{\sum Xi}{\mathrm{N}} = \frac{60}{10} = 6$$

$$\overline{y} = \frac{\sum Yi}{\mathrm{N}} = \frac{150}{10} = 15$$

✓ حساب قيمة ميل الانحدار (المعلمة a):

$$\mathrm{a} = \frac{\sum(xi-\overline{X})(yi-\overline{y})}{\sum(xi-\overline{X})^2} = \frac{84}{80} = 1.05$$

$$\mathrm{a} = 1.05$$

✓ حساب قيمة الثابت للانحدار (المعلمة b):

$$b = \overline{y} - a\overline{X} = 15 - (1.05).(6) = 8.7$$

$$b = 8.7$$

وبالتعويض في معادلة الانحدار نجد:

$$yi = axi + b$$
$$yi = 1.05xi + 8.7$$

التفسير: كلما زيادة أو تحسن في قيمة *Xi* بوحدة واحدة تؤدي إلى الزيادة أو التحسن في قيمة *Yi* بـ 1.05 وحدة.