**المحاضرة الثالثة : دالة الهدف؛ القيود، شروط اللاسلبية؛ المتغيرات؛ بناء البرنامج الخطي؛ الصيغة القياسية**

**صياغة الشكل العام للبرنامج الخطي وطرق حله.**

**1- صياغة الشكل العام :**

تستخدم البرمجـة الخطية لإيجاد أفضل توزيـع للموارد والإمكانات المحدودة على الإستخدامات المختلفة لتحقيـق هدف معيـن كتعظيـم الربح أو الإنتاج أو تخفيـض التكاليـف في ظل قيـود وعوامـل ثابتة , حيث تصاغ المشكلة الإقتصادية وتكتب على شكل علاقات رياضيـة خطية , أي معادلات من الدرجة الأولى , والشكل رقم (1)يوضح بإختصار خطواة النمذجة و الحل لنموذج البرمجة الخطي .

**الشكل رقم (01) " طريقة النمذجة و التحليل في البرمجة الخطية ".**



الشكل رقم (01) يمثل تلخيص خطوات اتخاذ القرار باستخدام البرمجة الخطية , وتكون البداية ببنـاء النموذج الريـاضي للمسالـة من البيانات المجمعة مـن الواقع الفعلي ، وهـذا يستدعي تحديـد الهـدف المطلـوب تحقيقـه وتعريـف جميع المتغيرات التي تأثر فيـه وذلك من خلال النظام ككـل

- ثم فحص ودراسـة الحلول البديلة المتاحة وتطويـر عمليات نظامية لعلاجها والوصـول إلى الهدف المطلوب تحقيقه .

- و أخيرا تطوير الحل للوصول إلى الحل الأمثل

1. عناصـر نموذج البرمجة الخطيـة:

 يتكون نموذج البرمجة الخطية من العناصـر الأساسية التاليـة::

**2-1 ) المتغيـرات.**

وتسمـى متغيرات القرار ، بتحديـد قيمها نصـل إلـى الهدف المنشـود أكبر ربح أو أقل تكلفة للمسألة المدروسة, و يشترط أن تكون غير سالبة ,تخضع هذه المتغيرات لنـوع معين من القياس , أي يعبر عنها بصورة كمية, ونرمز لهذه المتغيرات بـ

****

حيث *n* عدد المتغيرات في المسألة المدروسة .

هذه المتغيرات تعبر عن أحد المفاهيم التالية :

* كميات إنتاج لمنتجات معينة .
* ساعات عمل في أقسام معينة من مصنع أو شركة أو مؤسسة .
* مبالغ من المال المخصص لأنشطة أو فعاليات معينة .
* مقدار من القطع الأجنبي المخصص لإستراد أصناف من السلع .
* كميات من المواد منقولة على طريق معينة , أو بوسائل نقل معينة .
* كمية المواد الأولية اللازمة لتصنيع منتج معين .
	1. دالـة الهدف *:*

هي دالة رياضيـة تمثـل الهــدف الذي نــريد الوصــول إليه وتحقيقـــه، كتحقيق أكبــر ربح أو أدنـى تكلفـة ممكنة ويكون الشكـل العام لهذه الدالــــة



أي بالشكل المختصر. 

حيث *CJ*أعداد حقيقية تدعى بمعاملات مساهمة المتغيرات في دالة الهدف , و تصنف الأهداف التي تعالجها البرمجة الخطية إلى مجموعتين :

المجموعة الأولى: تحتوي على حالـة التعظيـم لدالة الهدف كأن نسعى إلى تحقيق أكبر ربح ممكن أو توفير أعظمي للوقت و الجهد أو زيادة الدخل القومي إلى أقصى حد ممكن , وسنرمز لدالة الهدف بحرف كبير *Z* و هدفها يكون *MAX* أي:



أي بالشكل المختصر. 

ونكتب أيضا =c1x1+c2x2+c3x3……cnxn max(z)

#### حيـث : متغيـرات القرار.و  الربح الوحدوي لـ .

مثال : تنتج مؤسسة "الوفاء" نوعين من المناديل الورقية (بيضاء ، ملونة ) تباع المناديل البيضاء بـ10 دج بينما تباع المناديل الملونة بـ15 دج

صياغة دالة الهدف يكون كالأتي :

نرمز للمناديل البيضاء بـ x1

نرمز للمناديل الملونة بـ x2

وعليه تكون دالة الهدف كما يلي : =10x1+15x2 max(z)

**المجموعة الثانية :** تدنية دالة الهدف كأن نسعى إلى تخفيض التكاليف إلى أدنى حد ممكن , أو تقليل

 الخسائر قدر الإمكان , و تكتب دالة الهدف كالتالي:

أي بالشكل المختصر. ****

 حيـث : متغيـرات القرار.و  التكلفة الوحدوية لـ 

أو بصيغة أخرى **: +………cnxn Min (z) = c1x1+c2x2**

 وبذلك تتكون دالـة الهدف من المتغيرات التـي تشير مثلا إلى المنتجات المختلفة التي يمكن إنتاجها ، على أن يكون المعامل الخاص بكل متغير هو ربح الوحدة الواحدة من المنتجات في دالة تعظيم الربح ، أو يكون عبارة عن تكلفة الوحدة الواحدة في حالة تخفيض دالة التكلفة .

مثال : تسعى مؤسسة الامل إلى تخفيض تكاليفها من انتاج نوعين من الزرابي كبيرة الحجم و صغيرة الحجم حيث يقدر الحد الأنى للنوع الأول بـ 350 دج بينما يقدر النوع الثاني بـ150 دج

نرمز للنوع الاول من الزرابي بـ x1

نرمز للنوع الثاني من الزرابي بـ x2

وعليه تكون دالة الهدف كما يلي :

**Min (z) = 350x1+150x2**

* 1. **القيود**

#####  هي عبارة عن وجود علاقة تأثير بين المتغيرات ، ويعبر عنها رياضيا بمتباينات تدعى الشروط الخطية , وتأخذ الأشكال التالية :

**- الشكل الأول :** **** ****

 إذا كانت دالة الهدف من نوع تعظيم *MAX*.

 **-** **الشكل الثاني :** **** ****

 إذا كانت دالة الهدف من نوع تدنية*MIN .*

ومنه الشكل الأول و الثاني يطلق عليه الشكل القانوني(FormeCanonique) لنموذج البرمجة الخطية .

- الشكل الثالث :  

سواء كانت دالة الهدف تعظيم  *MAX* أو تدنية  *MIN*  .

الشكل الثالث يطلق عليه الشكل المعياري (FormeStandard) لنموذج البرمجة الخطية .

**-** **الشكل الرابع :**

 **** ****

سواء كانت دالة الهدف **تعظيم  *MAX*** أو **تدنية  *MIN.***

الشكل الرابع يطلق عليه الشكل المختلط **(FormeMixte)**  لنموذج البرمجة الخطية .

حيث أنه في كلا الأشكال :

 *n* : عدد المتغيـرات في النموذج الخطي.

 *m* : عــدد قيـود المسألة ( عدد الشروط الخطية ).

 *aĳ* : أعداد حقيقية (معاملات) .

 : *bi* أعداد حقيقيـة تعبر عن الموارد المتاحة أو المتطلبات اللازمة لكل قيـد من قيود المشكلة و يجب أن تكون موجبة .

* + **شرط عدم السلبية :**

يشترط على المتغيرات أن تكون غير سالبة أي ****وهذا ما يجب فرضه على جميع النماذج لأنها جميعها تعبر عن كميات إنتاج , و الكميات لايمكن أن تكون سالبة.

**تمرين توضيحي عن الشكل الأول :**

**مصنع للألمنيوم ينتج نوعين من الألمنيوم النوع الأول يستغرق 6 ساعات للصهر و3 ساعات للتكوّر وساعة قطع ،النوع الثاني يستغرق ساعتين للصهرو5 ساعات للتكور و4 ساعات للقطع ، ويتوفر في المصنع 36 ساعة للصهر و30 ساعة للتكور و20 ساعة للقطع ،هامش الربح 10 و ن للنوع الاول ، و 8 و ن للنوع الثاني**

**المطلوب :**

1. **صياغة نموذج البرمجة الخطية**

**الحـــــــــــــــــل**

**نرمز للنوع الأول بـ X1**

 **نرمز للنوع الثاني بـ X2**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **الطاقة التشغيلية** | **X2** | **X1** | **المنتجات** **الأقسام** |
| **36** | **2** | **6** | **قسم الصهر** |
| **30** | **5** | **3** | **قسم التكور** |
| **20** | **4** | **1** | **قسم القطع** |
|  | **8 و ن** | **10 و ن** | **الأسعار** |

**صياغة النموذج :**

**Max Z =10X1 + 8X2 دالة الهدف**

**6X1 + 2X2 ≤ قيد قسم الصهر 36**

**3X1 + 5X2 ≤30 قيد قسم التكور**

**1X1 + 4X2 ≤ قيد قسم القطع 20**

**X1, X2** ≥ **0 شرط عدم السلبية**

**تمرين توضيحي عن الشكل الثاني**

**يريد" مركز الأمل للتسويق " الإعلان لزبائنه عن توفر المشروبات السـاخنـة والمأكولات الخفيفة في جميع فروعه، ويريد أن يصل الإعلان إلى 60 ألف رجل و 40 ألف امرأة على الأقل في مدينة عنابة مستخدما في ذلك الصحف والإذاعة المحلية ، وقـد توقع أن يصل الإعلان في الصحيفة إلى 6 آلاف رجل و ألفين امرأة وأن يصـل الإعلان في الإذاعة إلى ألفين رجل و 4 آلاف امرأة. وتبلغ تكلفة الإعلان في الصحيفة 450 دينار جزائري للمرة الواحدة وفي الإذاعة 260 دينار جزائري .**

**المطلوب : - صياغة نموذج البرمجة الخطية الذي يحققق أقل التكاليف ؟**

**الحـــــل :**

الهدف هنا هو تحقيق أقل التكاليف أي **Min (z)**

 **أفترض أن x1 = عـدد الإعلانات في الصحيفة**

 **X2= عـدد الإعلانات في الإذاعة**

 **وتصـبح دالة الهـدف أوجـد أقـل تكلفة طـبقـا للآتي :**

 **min (z) = 450 x1 +360 X2**

 **s/c 6 x1 + 2 X2** ≥ **60**

 **2 x1 + 4 X2** ≥  **40**

 **x1 ، X2** ≥ **0**

**تمرين توضيحي عن الشكل الثالث**

تسى احدى منظمات الاعمال المتخصصة بانتاج الاجهزة الكهربائية باقتراح خطة لانتاج نوعين من المنتجات (A,B) وذلك من خلال استغلال الطاقة التشغيلية المتاحة لثلاثة انواع من المكائن . يحتاج المنتج A ست ساعات على الماكنة الأولى وثلاث ساعات على الماكنة الثانية وساعتان على الماكنة الثالثة في حين يحتاج المنتج B اربع ساعات على الماكنة الأولى وخمس ساعات على الماكنة الثانية وثلاث ساعات على الماكنة الثالثة علما بان عدد الساعات التشغيلية المتاحة اسبوعيا مساوية تماما لـ 60 ساعة للماكنة الأولى و50 ساعة للماكنة لثانية و70 ساعة للماكنة الثالثة. وان الربح المتوقع من بيع الوحدة الواحدة من المنتج A هو 800 دج والربح المتوقع من بيع الوحدة الواحدة من المنتج B بـ 100 دج

**المطلوب:** صياغة نموذج البرمجة الخطية لانتاج عدد الوحدات من كلا المنتجين بما يحقق للمنظمة اكبر قدر ممكن من الارباح.

الحــــل:
نفرض X1 يمثل عدد الوحدات المنتجة من المنتج A .
نفرض X2 يمثل عدد الوحدات المنتجة من المنتج B .
كتابة نموذج البرمجة الخطية كالاتي:

Max. Z = 800X1+100X2 دالة الهدف

6X1+4X2 = 60 قيد الماكنة الاولى
3X1+5X2 = 50 قيد الماكنة الثانية
2X1+3X2 = 70 قيد الماكنة الثالثة
X1, X2 ≥ 0

**تمرين توضيحي عن الشكل الرابع**

**تقوم شركة "DIAMON" بإنتاج ثلاثة أنواع من الألبسة ( رجالي – نسائي – أطفال) حيث أن إنتاج هذه الأنواع يمر بثلاثة أقسام إنتاجية موضحة في الجدول الموالي :**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **الطاقة الإنتاجية** | **لباس أطفال** | **لباس نسائي** | **لباس رجالي** | **المنتجات(الالبسة)** **العمليات** |
| **80 تماما** | **3 ألاف دينار** | **2 ألف دينار** | **1 ألف دينار** | **قسم الغزل** |
| **59 على الأقل** | **1 ألف دينار** | **1 ألف دينار** | **2 ألف دينار** | **قسم النسيج** |
| **120 على الأكثر** | **4 ألاف دينار** | **5 ألاف دينار** | **3 ألاف دينار** | **قسم التجهيز والتعبئة** |
|  | **6 ألاف دينار** | **12 ألف دينار** | **10 ألاف دينار** | **الربح الوحدوي** |

**\*ملاحظة :الوحدة النقدية ألف دينار**

**\*المطلوب:**

1. **صياغة نموذج البرمجة الخطية**

**الحل :**

**الهدف الذي تسعى الى تحيققه المؤسسة هو التعظيم** max(z) حيث ورد في التمرين "عبارة الربح الوحدوي "

**كلمة تماما تعني الاشارة (=)**

**كلمة على الأقل تعني الاشارة (≥)** أكبر أو يساوي

**كلمة على الأكثر تعني الاشارة (≤ ) أصغر أو يساوي**

**وعليه نمودج البرمجة الخطية كما يلي**

**نرم لكمية للباس الرجالي المنتجة بـ 1 X**

**نرمز لكمية للباس النسائي المنتجة بـ 2 X**

**نرمز لكمية للباس الأطفال المنتجة بـ 3 X**

**Max Z =10X1 + 12 X2 6 + X3**

**1X1 + 2X23 + X3 = قيد قسم الغزل 80**

**2X1 + 1X21 + X3** ≥ **59 قيد قسم النسيج**

**3X1 + 5 X24 + X3 ≤120 قيد قسم التجهيز و التعبئة**

**X1, X2، X3 ≥ 0 شرط عدم السلبية**