التمرين رقم 2:

لصنع نوعين من النقانق قام الجزار بخلط لحم الغنم والبقر بحيث كيلوغرام من النقانق العادية يحتوي 0.2 كيلوغرام من البقر و0.2 كيلوغرام من الغنم، أما النقانق الممتازة فتحتوي 0.4 كيلوغرام من البقر و0.2 كيلوغرام من الغنم، ودراسة السوق بينت أن الربح من بيع كيلوغرام من النقانق العادية هو 10دج والربح من بيع كيلوغرام من النقانق الممتازة هو 12دج. مع العلم أن ما يتوفر للجزار هو 20 كيلوغرام من لحم الغنم 30 كيلوغرام من لحم البقر.

المطلوب: حدد أقصى ربح ممكن أن يحققه الجزار؟

الحل:

نعتبر x_1 يمثل عدد الكيلوغرامات من النقانق العادية المنتجة والمباعة ونعتبر أن x_2 يمثل عدد الكيلوغرامات من النقانق الممتازة المنتجة والمباعة.

فتتشكل لدينا القيود التالية

$$0.2\ x_1 + 0.2\ x_2 \leq 20$$

$$0.2\ x_1 + 0.4\ x_2 \leq 30$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

فتكون دالة الربح من الشكل

$$\Pi = 10\ x_1 + 12\ x_2$$

1- تحديد منطقة الحلول الممكنة

تحويل المتراجحات إلى معادلات ووضع الجدول المساعد بوضع مرة x1 يساوي الصفر ونعوض في معادلة المستقيم فنجد قيمة x2 وهما احداثيات النقطة الأولى، ثم نضع x2 يساوي الصفر ونعوض في معادلة المستقيم فنجد قيمة x1 وهما احداثيات النقطة الثانية.

(1) $0.2\ x_1 + 0.2\ x_2 = 20$

x_1	0	100
x_2	100	0

(2) $0.2\ x_1 + 0.4\ x_2 = 30$

x_1	0	150
x_2	75	0

(3) $x_1 = 0$

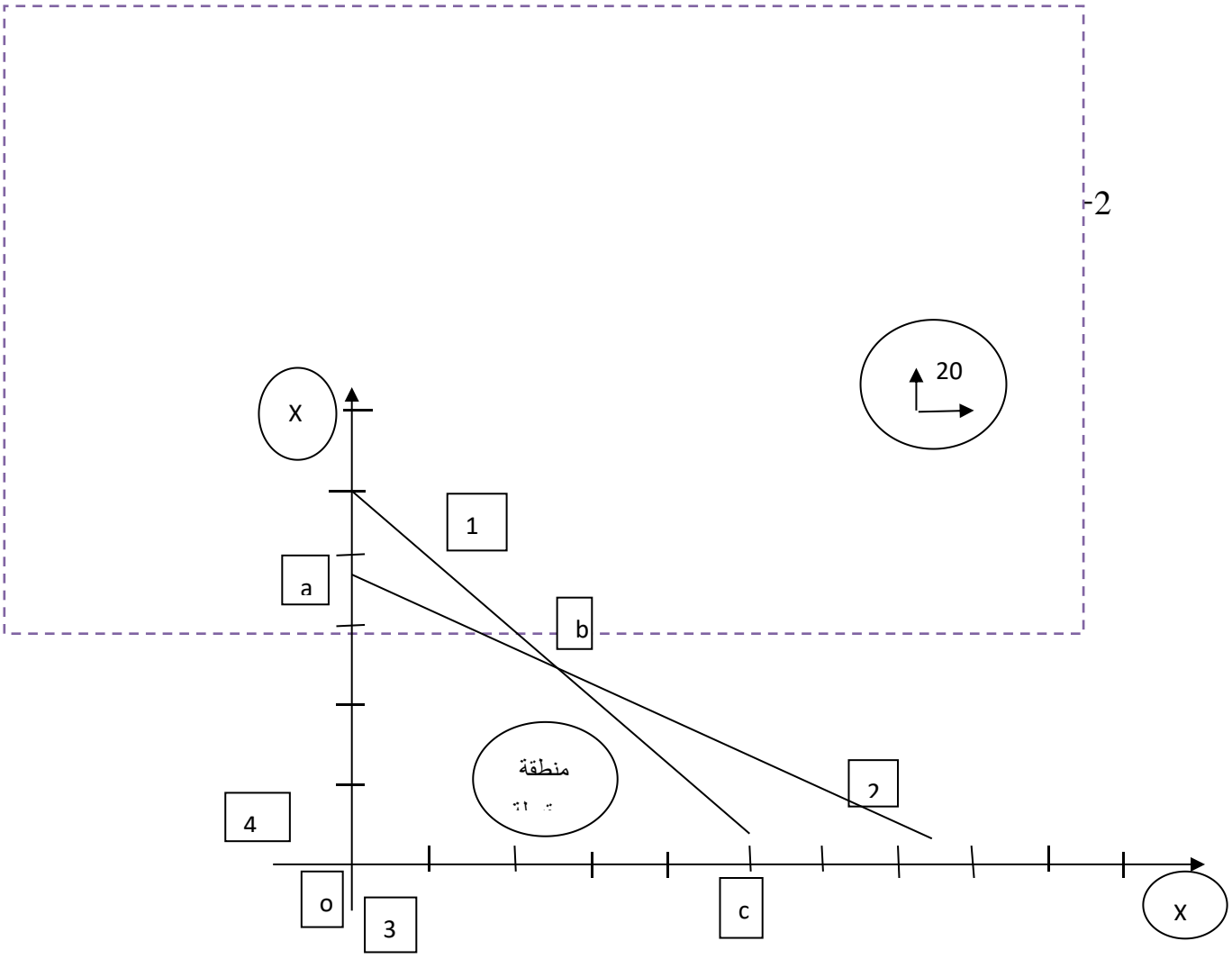
x_1	0	0
x_2	0	100

(4) $X_2 = 0$

x_1	0	100
x_2	0	0

مهما يكن x1 فان $x_2 = 0$

مهما يكن x2 فان $x_1 = 0$



نحدد إحداثيات b من خلال جملة المعدلتان (1) و (2) فنجد

$\Pi = 10\,x_1 + 12\,x_2$

O (0, 0) $\Pi = 0$

a (0, 75) $\Pi = 900$

b (50, 50) $\Pi = 1100$

c (100, 0) $\Pi = 1000$

عند المقارنة نجد أن $\Pi = 1100$ **b** $(50, 50)$

هي التي تعطي أكبر ربح ومنه علينا أن ننتج ونبيع 50 كيلوغرام من النقانق العادية و50 كيلوغرام من النقانق الممتازة وذلك ما يمكن الجزار من تحقيق ربح قيمته 1100 دج.

التمرين رقم 3:

شخص يستهلك جبن وخبز، وبعد دراسة حاجياته الغذائية كانت النتيجة أنه يحتاج 3000 سعرة حرارية 100 غرام بروتين، مع العلم أن الخبز يوفر 1000 سعرة حرارية و25 غرام بروتين، أما الجبن فيوفر 2000 سعرة حرارية و100 غرام بروتين.

مع العلم أن سعر الكيلوغرام من الخبز هو 24 دج وسعر الكيلوغرام من الجبن هو 84 دج.

المطلوب:

ما هي كمية الخبز والجبن التي تحقق لهذا الشخص القيمة الغذائية التي يحتاجها بأقل تكلفة؟

الحل:

نعتبر x_1 يمثل عدد الكيلوغرامات من الخبز المستهلكة ونعتبر أن x_2 يمثل عدد الكيلوغرامات من الجبن المستهلكة.

فتتشكل لدينا القيود التالية

$$1000\, x_1 + 2000\, x_2 \geq 3000$$

$$25\, x_1 + 100\, x_2 \geq 100$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

فتكون دالة التكلفة من الشكل

$$C = 24\, x_1 + 84\, x_2$$

1- تحديد منطقة الحلول الممكنة

تحويل المتراجحات إلى معادلات ووضع الجدول المساعد

(1) $1000\ x_1 + 2000\ x_2 = 3000$

x_1	0	3
x_2	$\frac{3}{2}$	0

(2) $25\ x_1 + 100\ x_2 = 100$

x_1	0	4
x_2	1	0

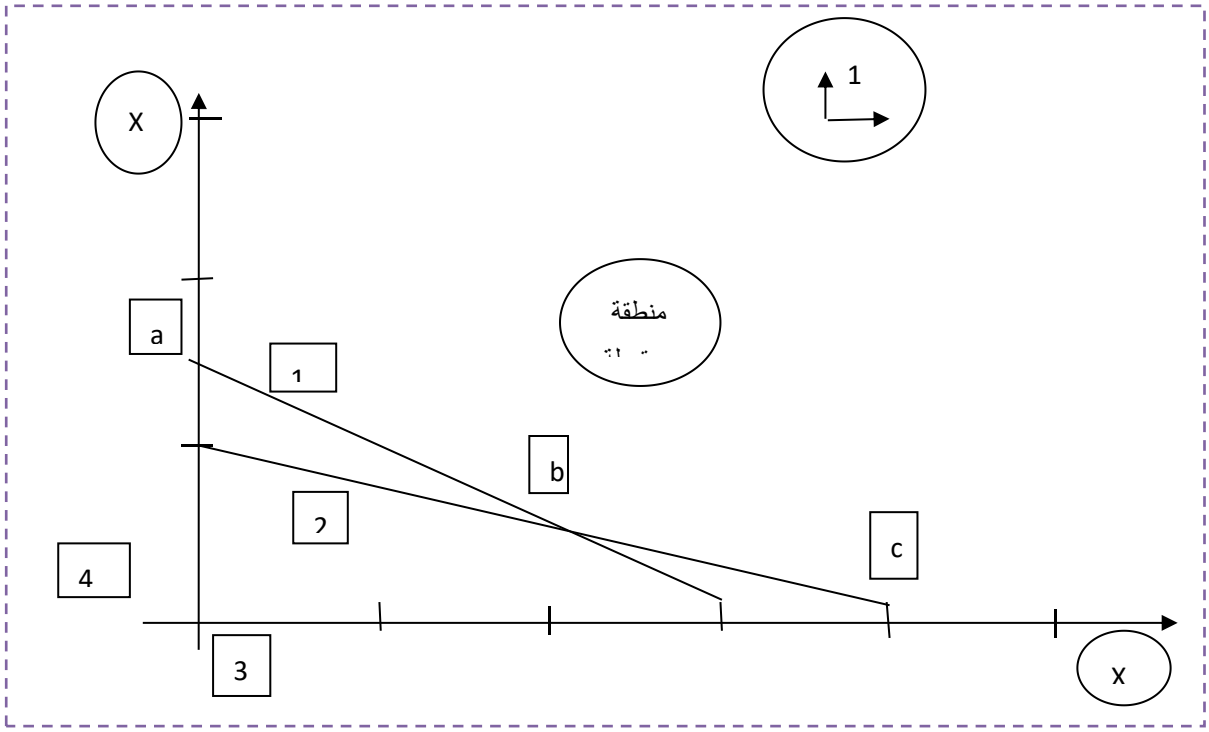
(3) $x_1 = 0$

x_1	0	0
x_2	0	5

(4) $X_2 = 0$

x_1	0	5
x_2	0	0

2- رسم جميع المستقيمات المقابلة لكل معادلة في معلم متعامد متجانس واحد



نحدد إحداثيات b من خلال جملة المعدلتان (1) و (2) فنجد

$C = 24\ x_1 + 84\ x_2$

a $(0, 1.5)$ $C = 126$

b $(2, 0.5)$ $C = \mathbf{90}$

c $(4, 0)$ $C = 96$

عند المقارنة نجد أن **b** $(2,0.5)$ $C = 1100$

هي التي تعطي أصغر تكلفة ومنه عليه أن يستهلك 2 كيلوغرام من الخبز و0.5 كيلوغرام الجبن وذلك ما يوفر احتياجاته بأقل تكلفة والتي تساوي 1100 دج.

التمرين رقم 4:

$\max \pi = 2\ x_1 + 3\ x_2$

$x_2 \geq 2\ x_1 + 7$

$x_2 \leq -2\ x_1 + 7$

$x_1, x_2 \geq 0$

الحل:

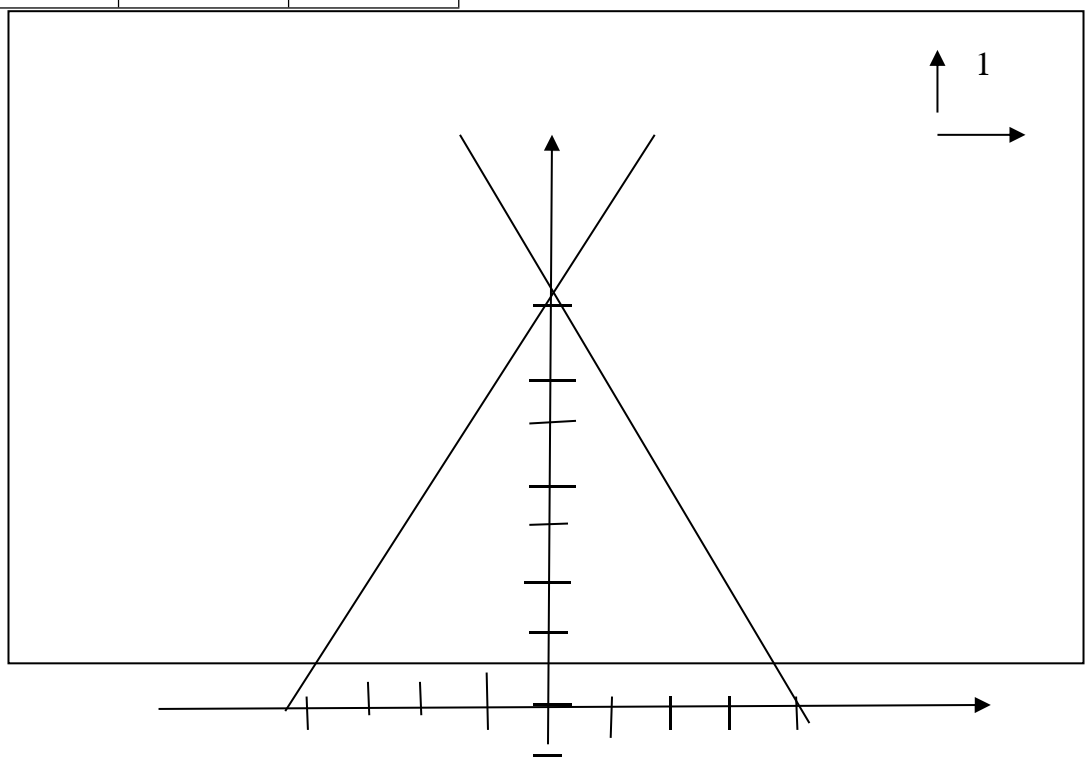
$x_2 = 2\ x_1 + 7$ (1)

x_1	0	$-\frac{7}{2}$
x_2	7	0

$x_2 = -2\ x_1 + 7$ (2)

x_1	0	$\frac{7}{2}$

x_2	7	0



المنطقة المقبولة هي نقطة واحدة (0,7)

$\max \pi = 2 \times 0 + 3 \times 7 = 21$

التمرين رقم 5:

$\text{Min } c = 3x_1 + 2x_2$

$2x_1 - x_2 \geq 8$

$6x_1 - 3x_2 \leq 16$

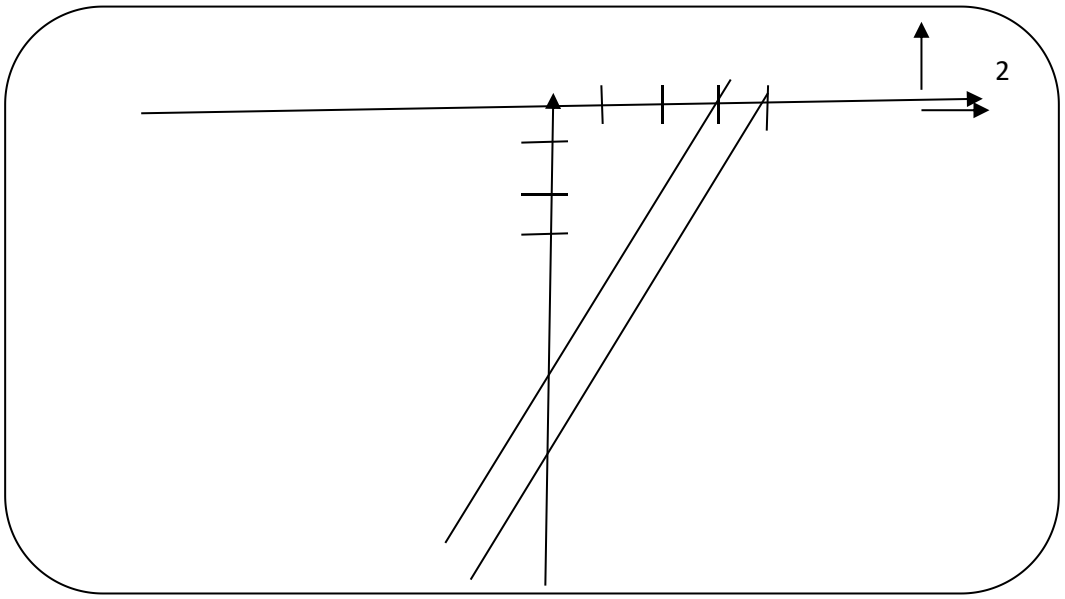
$x_1, x_2 \geq 0$

الحل:

$2x_1 - x_2 = 8$ $6x_1 - 3x_2 = 16$

x_1	0	4
x_2	− 8	0

x_1	0	$\frac{8}{3}$
x_2	$-\frac{16}{3}$	0



لا توجد منطقة مقبولة إذن لا توجد نهاية، وهي توافق الحالة الخاصة مسألة بدون منطقة حلول ممكنة

التمرين رقم 6:

أوجد النهاية العظمى لدالة الربح $\Pi = 2\ x_1 + 19\, x_2$

وذلك بمراعاة القيود التالية:

$x_1 \geq 20$

$x_2 \geq 10$

$x_1, X_2 \geq 0$

1- تحديد منطقة الحلول الممكنة

تحويل المتراجحات إلى معادلات ووضع الجدول المساعد

(1) $x_1 = 20$

x_1	20	20
x_2	0	10

(2) $x_2 = 10$

x_1	0	20
x_2	10	10

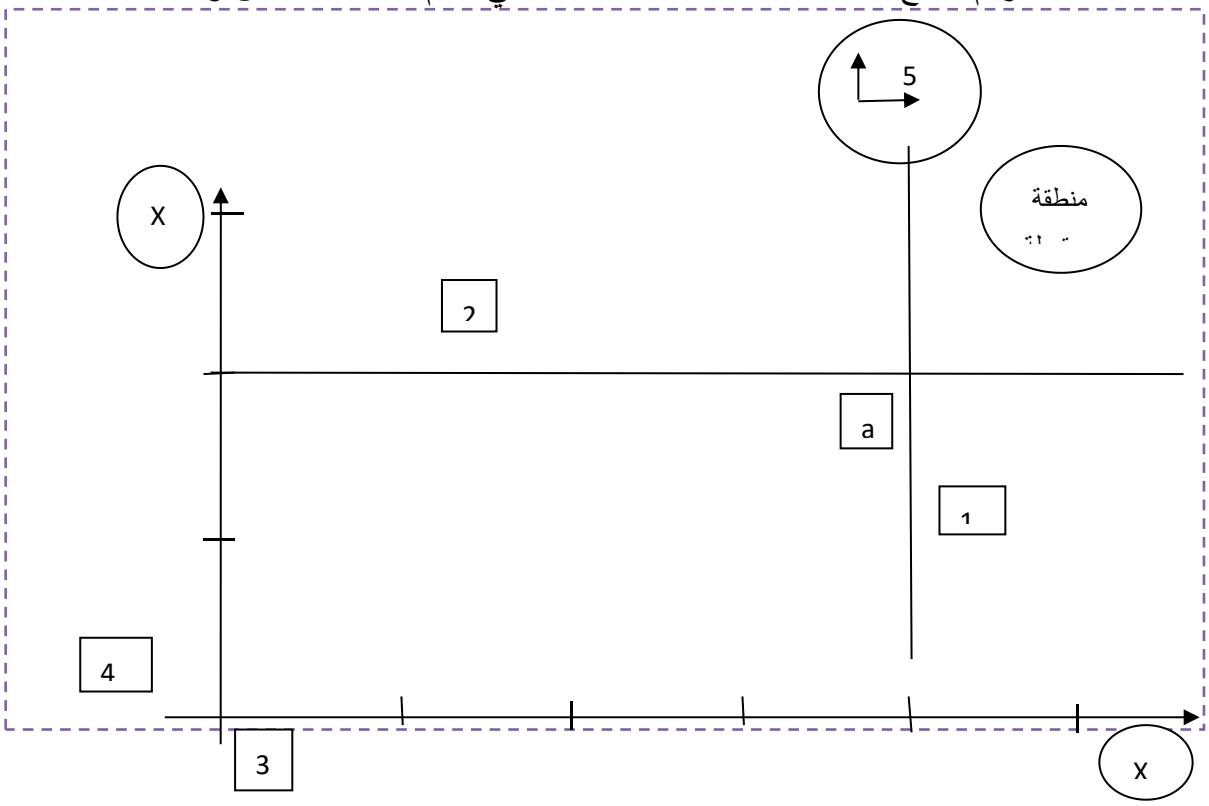
(3) $x_1 = 0$

x_1	0	0
x_2	0	5

(4) $X_2 = 0$

x_1	0	5
x_2	0	0

2- رسم جميع المستقيمات المقابلة لكل معادلة في معلم متعامد متجانس واحد



نحدد إحداثيات a من خلال جملة المعدلتان (1) و (2) فنجد

$= 2\,x_1 + 19\,x_2$

Π

a (20, 10) Π = 230

لو نختار أي نقطة من منطقة الحلول الممكنة ونعوض إحداثياتها في دالة الهدف

b(100, 100) Π = 2100

نلاحظ أنها تعطينا ربح اكبر من 230 ويمكننا ان نظيف أي كمية من التغيريين دون خرق اي قيد ونحقق ربح اكبر ومنه النقطة الزاوية a هي ليست نهاية عظمى و منه نكون في حالة خاصة وهي حالة مسألة بدون حل ممكن.

التمرين رقم 7:

أوجد النهاية العظمى لدالة الربح $\Pi = 3\ x_1 + 2\ x_2$

وذلك بمراعاة القيود التالية:

$6\ x_1 + 4\ x_2 \leq 24$

$x_1 + 5\ x_2 \leq 10$

$x_1, X_2 \geq 0$

1- تحديد منطقة الحلول الممكنة

تحويل المتراجحات إلى معادلات ووضع الجدول المساعد

(1) $6\ x_1 + 4\ x_2 = 24$

x_1	0	4
x_2	6	0

(2) $x_1 + 5\ x_2 = 10$

x_1	0	10
x_2	2	0

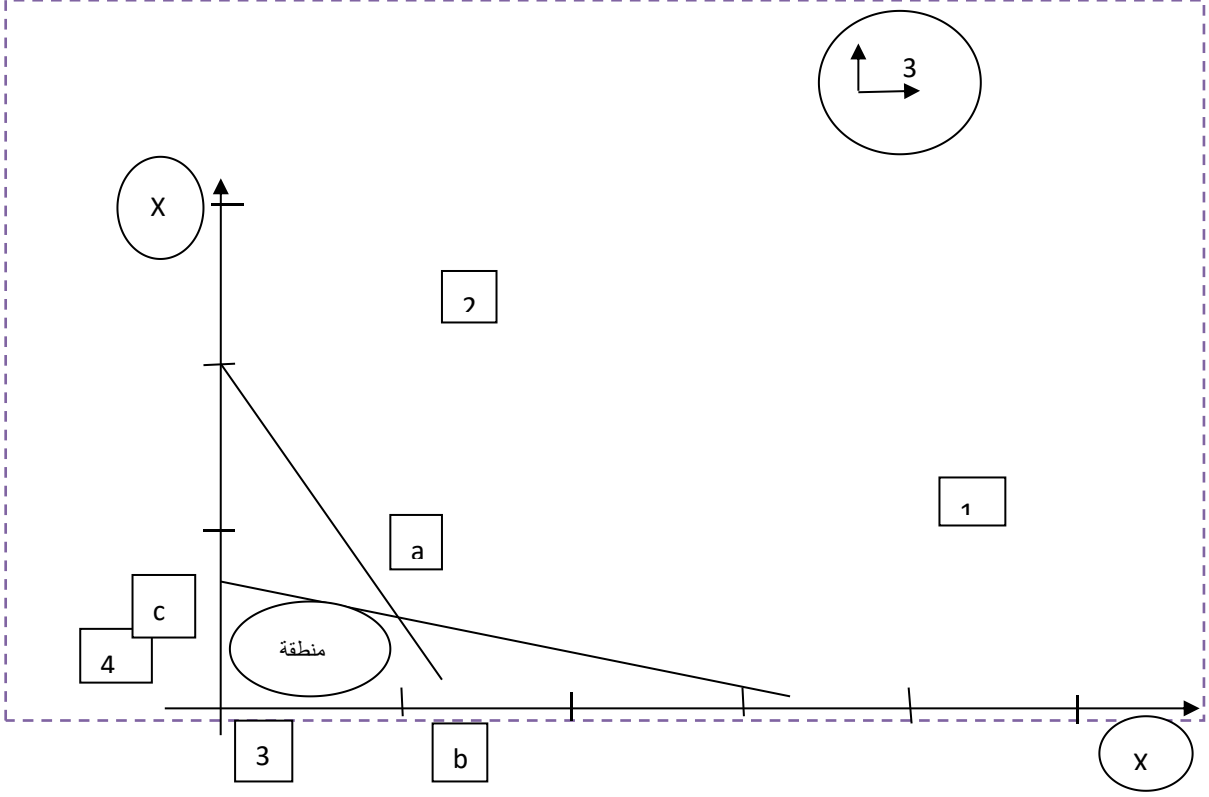
(3) $x_1 = 0$

x_1	0	0
x_2	0	5

(4) $X_2 = 0$

x_1	0	5
x_2	0	0

2- رسم جميع المستقيمات المقابلة لكل معادلة في معلم متعامد متجانس واحد



نحدد إحداثيات a من خلال جملة المعدلتان (1) و (2) فنجد

$6\,x_1 + 4\,x_2 = 24$ $\quad 6\,(10 - 5\,x_2) + 4\,x_2 = 24$ $\quad 36 = 26\,x_2$ $\quad x_2 = \frac{18}{13}$

$x_1 + 5\,x_2 = 10$ $\quad x_1 = 10 - 5\,x_2$ $\quad x_1 = 10 - 5\,\frac{18}{13} = \frac{40}{13}$

$x_1 + 2$

$\Pi = 3\,x_2$

a $(\frac{40}{13}, \frac{18}{13})$ $\Pi = \frac{156}{13} = 12$

b (4, 0) Π =12

c (0, 2) Π = 4

ومنه كل النقاط التي تنتمي للقطعة المستقيمة [a–b] إحداثياتها تعتبر نقطة عظمى لهذه الدالة، فنكون في حالة خاصة وهي حالة الحلول المتعددة.