التمرين رقم 12:

اوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستعمال طريقة السمبلكس:

$$\text{Max } \pi = 3\,x_1 + 2\,x_2$$

$$\begin{cases} 4\,x_1 + 2\,x_2 \geq 6 \\ 2\,x_1 + 5\,x_2 = 7 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

الحل:

$$\begin{cases} 4\,x_1 + 2\,x_2 - x_3^e + x_4^a = 6 \\ 2\,x_1 + 5\,x_2 + x_5^a = 7 \end{cases}$$

$$x_4^a = 6 - 4\,x_1 - 2\,x_2 + x_3^e$$

$$x_5^a = 7 - 2\,x_1 - 5\,x_2$$

$$\text{Max } \pi = 3\,x_1 + 2\,x_2 + 0\,x_3^e - m\,(6 - 4\,x_1 - 2\,x_2 + x_3^e) - m\,(7 - 2\,x_1 - 5\,x_2)$$

$$\text{Max } \pi = 3\,x_1 + 2\,x_2 + 0\,x_3^e - 6\,m + 4\,m\,x_1 + 2\,m\,x_2 - m\,x_3^e - 7\,m + 2\,m\,x_1 + 5\,m\,x_2$$

$$\text{Max } \pi = (3 + 6\,m)\,x_1 + (2 + 7\,m)\,x_2 - m\,x_3^e + 0\,x_4^a + 0\,x_5^a - 13\,m$$

| | $x_1$ | $x_2$ | $x_3^e$ | $x_4^a$ | $x_5^a$ | Bi | Bi / xi |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_4^a$ | 4 | 2 | -1 | 1 | 0 | 6 | 3 |
| $x_5^a$ | 2 | 5 | 0 | 0 | 1 | 7 | $\frac{7}{5}$ ← |
| D z | 3 + 6 m | 2 + 7 m ↑ | - m | 0 | 0 | 13 m | |

هذا الجدول ليس أمثل لوجود قيم موجبة في الصف D z

| | $x_1$ | $x_2$ | $x_3^e$ | $x_4^a$ | $x_5^a$ | Bi | Bi / xi |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_4^a$ | $\frac{16}{5}$ | 0 | -1 | 1 | $\frac{-2}{5}$ | $\frac{16}{5}$ | 1 |
| $x_2$ | $\frac{2}{5}$ | 1 | 0 | 0 | $\frac{1}{5}$ | $\frac{7}{5}$ | $\frac{7}{2}$ |
| Dz | $\frac{11}{5}+\frac{16}{5}m$ | 0 | - m | 0 | $\frac{-2}{5}$ - $\frac{7}{5}m$ | $\frac{-14}{5}+\frac{16}{5}m$ | |

Max $\pi$ = ( 3 + 6 m) 0 + ( 2 + 7 m) $\frac{7}{5}$ - m × 0 + 0 × $\frac{16}{5}$ + 0 × 0 - 13 m

Max $\pi$ = $\frac{14}{5}$ + $\frac{49}{5}$ m - 13 m = $\frac{14}{5}$ - $\frac{16}{5}m$

هذا الجدول ليس أمثل لوجود قيم موجبة في الصف D z

| | $x_1$ | $x_2$ | $x_3^e$ | $x_4^a$ | $x_5^a$ | Bi | Bi / xi |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 0 | $\frac{-5}{16}$ | $\frac{5}{16}$ | $\frac{-1}{8}$ | 1 | $\frac{-16}{5}$ |
| $x_2$ | 0 | 1 | $\frac{1}{8}$ | $\frac{-1}{8}$ | $\frac{1}{4}$ | 1 | 8 ← |
| dz | 0 | 0 | $\frac{11}{16}$ ↑ | $\frac{-11}{16}$ - $m$ | $\frac{-1}{8}$ - $m$ | - 5 | |

Max $\pi$ = ( 3 + 6 m) $x_1$ + ( 2 + 7 m) $x_2$ - m $x_3^e$ + 0 $x_4^a$ + 0 $x_5^a$ - 13 m

Max $\pi$ = ( 3 + 6 m) 1 + ( 2 + 7 m) 1 - m × 0 + 0 × 0 $^a$ + 0 × 0 - 13 m

Max π = 3 + 6 m + 2 + 7 m - 13 m = 5

هذا الجدول ليس أمثل لوجود قيم موجبة في الصف D z

| | $x_1$ | $x_2$ | $x_3^e$ | $x_4^a$ | $x_5^a$ | Bi |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | $\frac{5}{2}$ | 0 | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{7}{2}$ |
| $x_3^e$ | 0 | 8 | 1 | -1 | 2 | 8 |
| dz | 0 | $\frac{-11}{2}$ | 0 | - m | $\frac{-3}{2} - m$ | $\frac{-21}{2}$ |

Max π = ( 3 + 6 m) $x_1$ + ( 2 + 7 m) $x_2$ - m $x_3^e$ + 0 $x_4^a$ + 0 $x_5^a$ - 13 m

Max π = ( 3 + 6 m) $\frac{7}{2}$ + ( 2 + 7 m) × 0 - m × 8 + 0 × 0 + 0 × 0 - 13 m

Max π = $\frac{21}{2}$ + 21 m – 8 m - 13 m = $\frac{21}{2}$

هذا الجدول أمثل لأن كل قيم الصف D z سالبة أو معدومة