السلسلة3: التوازن في المدى الطويل

التمرين1:

إذا كانت دالة التكلفة لمؤسسة فردية تنشط في سوق منافسة تامة من الشكل:

$$CT = 0.1\,x^2 + x + 10$$

1- ماهو السعر الذي يسمح لهذه المؤسسة الدخول للسوق؟

2- أوجد دالة عرض هذه المؤسسة ودالة عرض السوق المكون من 100 مؤسسة مماثلة؟

3- أحسب سعر وكمية التوازن في السوق، إذا كانت دالة طلب السوق هي: $X_D = -400P + 4000$؟

4- بافتراض أن دالة التكلفة السابقة هي ذاتها في المدى الطويل، حدد سعر وكمية التوازن والعدد النهائي للمؤسسات في السوق؟

5- وضح الفرق بين التوازن في المدى القصير والطويل في سوق منافسة تامة؟

التمرين 2:

لتكن $CT = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 17x$ دالة التكلفة الكلية لمؤسسة من بين 40 مؤسسة مثماثلة في سوق منافسة مثلى.

1- إذا كان السعر السائد في السوق هو 10، أوجد كمية توازن المؤسسة وربحها في المدى القصير؟

2- أوجد سعر وكمية توازن المؤسسة في المدى الطويل وعدد المؤسسات التي ستدخل السوق، إذا علمت أن دالة طلب السوق هي: $X_D = 394 - 2P$

حل التمرين1:

1- **إيجاد السعر الذي يسمح لهذه المؤسسة الدخول للسوق:**

السعر الذي يسمح لهذه المؤسسة الدخول للسوق هو: **P >Min CVM**

$$CT = 0.1\,x^2 + x + 10$$

$$\Rightarrow CV = 0.1\,x^2 + x$$

$$\Rightarrow CVM = \frac{CV}{X} = 0.1\,x + 1$$

$$\text{Min CVM} \Rightarrow CVM' = 0$$

$$\Rightarrow 0.1 = 0 \text{ غير ممكن}$$

وعليه نأخذ $(x = 0)$ كمية الإغلاق ونعوضها في CVM فنجد:

$$\text{Min CVM} = 0.1(0) + 1 = \boxed{1}$$

ومنه السعر الذي يسمح لهذه المؤسسة الدخول للسوق هو: $\boxed{P>1}$

2- إيجاد دالة عرض المؤسسة الواحدة ودالة عرض السوق المكون من 100 مؤسسة مماثلة:

توازن المؤسسة في سوق منافسة مثلى في المدى القصير: P = Cmg

$$CT = 0.1\,x^2 + x + 10 \Rightarrow Cmg = 0.2\,x + 1$$

$$P = Cmg \Rightarrow P = 0.2\,x + 1 \Rightarrow x = \frac{P-1}{0.2} \Rightarrow \boxed{x = 5P - 5}$$

إذا دالة عرض المؤسسة الواحدة هي:

$$\begin{cases} x = 0 & \text{إذا كان } P \leq 1 \\ x = 5P - 5 & \text{إذا كان } P > 1 \end{cases}$$

دالة عرض السوق المكون من 100 مؤسسة متماثلة هي:

$$X_s = 100\,(x) \Rightarrow X_s = 100\,(5P - 5) \Rightarrow \boxed{X_s = 500P - 500}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_S = 0 & \text{إذا كان } P \leq 1 \\ X_S = 500P - 500 & \text{إذا كان } P > 1 \end{cases}$$

3- حساب سعر وكمية التوازن في السوق، إذا كانت دالة طلب السوق هي: $X_D = -400P + 4000$:

توازن السوق $X_S = X_D \Leftarrow$ أي: $500P - 500 = -400P + 4000$

$$\Rightarrow 900P = 4500 \Rightarrow \boxed{\bar{P} = 5}$$

نعوض $\bar{P} = 5$ إما في دالة العرض أو دالة الطلب نجد:

$$\bar{X} = -400(5) + 4000 \Rightarrow \boxed{\bar{X} = 2000}$$

4- تحديد سعر وكمية التوازن في المدى الطويل والعدد النهائي للمؤسسات في السوق:

➢ **توازن المؤسسة في المدى الطويل: $P = Min\ CM_L$**

$$CT_L = 0.1\ x^2 + x + 10$$

$$\Rightarrow CM_L = \frac{CT_L}{X} = 0.1\ x + 1 + \frac{10}{X}$$

$$Min\ CM_L \Rightarrow CM_L' = 0$$

$$\Rightarrow 0.1 - \frac{10}{X^2} = 0 \Rightarrow 0.1 = \frac{10}{X^2} \Rightarrow x^2 = \frac{10}{0.1} = 100 \Rightarrow \begin{cases} x = -10 & \text{مرفوض} \\ x = 10 & \text{مقبول} \end{cases}$$

ومنه $\boxed{\bar{x} = 10}$ كمية توازن المؤسسة في المدى الطويل

نعوض ($\bar{x} = 10$) في CM_L فنجد: $Min\ CM_L = 0.1(10) + 1 + \frac{10}{10} = 3$

ومنه **سعر التوازن في المدى الطويل:** $\boxed{\bar{P} = 3}$

➢ **إيجاد العدد النهائي للمؤسسات في السوق:**

لدينا دالة الطلب $X_D = -400\ P + 4000$ نعوض فيها السعر التوازني الجديد ($\bar{P} = 3$) فنجد:

$$\bar{X} = -400(3) + 4000 = 2800$$

$$N = \frac{\bar{X}}{\bar{x}} = \frac{2800}{10} \Rightarrow \boxed{\text{مؤسسة } N = 280}$$

أي عدد المؤسسات الجديدة التي دخلت السوق هو: $280 - 100 =$ $\boxed{\text{مؤسسة } 180}$

5- توضيح الفرق بين التوازن في المدى القصير والطويل في سوق منافسة تامة:(سعر التوازن، كمية توازن السوق والمؤسسة، عدد المؤسسات في جدول)

حل التمرين 2:

1- إذا كان السعر السائد في السوق هو 10، إيجاد كمية توازن المؤسسة وربحها في المدى القصير:

توازن المؤسسة في سوق منافسة مثلى في المدى القصير: $P = Cmg$ (الشرط الضروري)

$$CT = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 17x \Rightarrow Cmg = x^2 - 8x + 17$$

$$P = Cmg \Rightarrow 10 = x^2 - 8x + 17 \Rightarrow x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$\Delta = 36 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 7 \end{cases}$$

الشرط الكافي: $\frac{\partial^2 C}{\partial^2 x} = 2x - 8 > 0$

$$\begin{cases} x_1 = 1 \Rightarrow \frac{\partial^2 Ct}{\partial^2 x} = -6 < 0 & \text{مرفوض} \\ x_2 = 7 \Rightarrow \frac{\partial^2 Ct}{\partial^2 x} = 6 > 0 & \text{مقبول} \end{cases}$$

ومنه: $\boxed{\bar{x} = 7}$

وربحها هو: $\pi = RT - CT = \bar{P}\bar{x} - (\frac{1}{3}\bar{x}^3 - 4\bar{x}^2 + 17\bar{x}) = 10(7) - (\frac{1}{3}(7)^3 - 4(7)^2 + 17(7)) =$ $\boxed{32,67}$

2- **إيجاد سعر وكمية توازن المؤسسة في المدى الطويل وعدد المؤسسات التي ستدخل السوق، إذا علمت أن دالة طلب السوق هي: $X_D = 394 - 2P$**

➢ **توازن المؤسسة في المدى الطويل: $P = Min\ CM_L$**

$$CT_L = CT = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 17x$$

$$\Rightarrow CM_L = \frac{CT_L}{X} = \frac{1}{3}x^2 - 4x + 17$$

$$Min\ CM_L \Rightarrow CM_L' = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}x - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 6}$$ **كمية توازن المؤسسة في المدى الطويل**

نعوض ($\bar{x} = 6$) في CM_L فنجد: $Min\ CM_L = \frac{1}{3}(6)^2 - 4(6) + 17 = 5$

ومنه **سعر التوازن في المدى الطويل:** $\boxed{\bar{P} = 5}$

➢ **إيجاد العدد النهائي للمؤسسات في السوق:**

لدينا دالة الطلب $X_D = -2P + 394$ نعوض فيها سعر التوازن ($\bar{P} = 5$) فنجد:

$$\bar{X} = -2(5) + 394 = 384$$

$$N = \frac{\bar{X}}{\bar{x}} = \frac{384}{6} \Rightarrow \boxed{N = 64\ \text{مؤسسة}}$$

أي عدد المؤسسات الجديدة التي دخلت السوق هو: $64 - 40 =$ $\boxed{24\ \text{مؤسسة}}$