3 توزيع المعاينة للفرق بين متوسطي عينتين $(\overline{x}_1 - \overline{x}_2)$:

إذا كان لدينا المتغير x_1 يتبع التوزيع الطبيعي ($x_1 \rightarrow N(\mu_1, \sigma_1^2$ وتم سحب عينة حجمها n_1 من مجتمعه والمتغير x_2 يتبع التوزيع الطبيعي أيضا $x_2 \rightarrow N(\mu_2, \sigma_2^2)$ وسحبت من مجتمعه عينة حجمها n_2 وكان المجتمعين مستقلين، فإن المتغير المعبر عنه بـ $(\overline{x}_1 - \overline{x}_2)$ يمثل متغيراً عشوائيا للفرق بين متوسطي العينتين

ونفرق هنا بين ثلاث حالات هي:

1.3.إذا كان σ_1^2 و σ_2^2 معلومين وحجم العينتين كبير $n_2, n_1 \geq 30$:

إذا سحبنا من مجتمع طبيعي وسطه μ_1 وتباينه σ_1^2 عينة كبيرة حجمها n_1، وسحبنا من مجتمع طبيعي ثاني وسطه μ_2 وتباينه σ_2^2 عينة حجمها n_2 كبيرة أيضا، فإن المتغير العشوائي المعبر عنه بـ $(\overline{x}_1 - \overline{x}_2)$ يتبع توزيع طبيعي وسطه الحسابي $E(\overline{x}_1 - \overline{x}_2)$ وتباينه $v(\overline{x}_1 - \overline{x}_2)$ حيث:

$$E(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) = E(\overline{x}_1) - E(\overline{x}_2) = \mu_1 - \mu_2$$

$$v(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) = v(\overline{x}_1) + v(\overline{x}_2) = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$$

أي:

$$(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) \rightarrow N\left(\mu_1 - \mu_2 ; \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

وبذلك يكون لدينا المتغير Z المعرف فيما يلي يتبع التوزيع الطبيعي المعياري، أي:

$$Z = \frac{(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightarrow N(0,1)$$

2.3.إذا كان σ_1^2 و σ_2^2 مجهولين وحجم العينتين كبير $n_2, n_1 \geq 30$:

في هذه الحالة فإن الفرق بين متوسطي العينتين $(\overline{x}_1 - \overline{x}_2)$ يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره: $(\mu_1 - \mu_2)$

وتباين قدره: $\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)$، ونكتب:

$$(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) \rightarrow N\left(\mu_1 - \mu_2; \frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)$$

ملاحظة: التوزيع أعلاه يصلح أيضا عند السحب من مجتمعين غير طبيعيين أو مجهولي التوزيع بشرط كبر حجم العينة، وذلك استنادًا لنظرية **النهاية المركزية**.

3.3. إذا كان σ_1^2 و σ_2^2 مجهولين وحجم أحد العينتين على الأقل صغير:

إذا سحبنا من مجتمع طبيعي وسطه μ_1 وتباينه σ_1^2 عينة صغيرة حجمها n_1، وسحبنا من مجتمع طبيعي ثاني وسطه μ_2 وتباينه σ_2^2 عينة حجمها n_2 صغيرة أيضا، فإن المتغير العشوائي المعبر عنه ب $(\overline{x}_1 - \overline{x}_2)$ يتبع توزيع ستوديت بدرجة حرية قدرها $(n_1 + n_2 - 2)$ حيث:

$$\frac{(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}} = t_{n_1+n_2-2}$$

ثالثا: توزيع المعاينة للنسب

نفرض أن مجتمعا مالا نهائي، و يتوزع وفقا للتوزيع الثنائي حيث أن إحتمال النجاح P و إحتمال الفشل، $q=1-p$ و عند إعادة التجربة n من المحاولات و بذلك فإن توزيع المعاينة للمتغير العشوائي x المتمثل بعدد النجاحات في العينات ذات الحجم n يمكن أن يكون قريبا من التوزيع الطبيعي بوسط حسابي قدره $\mu=np$ و بإنحراف معياري، $\mu = \sqrt{npq}$ علما أن نسب النجاح مختلفة من عينة إلى أخرى،يمكن التعبير عن نسب النجاح P بالمقدار $\hat{P} = \frac{x}{n}$.

حيث أن x: عدد محاولات النجاحات،n: حجم العينة، $\hat{P}$: نسب النجاح في العينة.

إذن توزيع المعاينة ل $\hat{P}$ نسبة النجاحات هو قريب من التوزيع الطبيعي بوسط : $\mu_{p}=np$ و إنحراف معياري، $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}}$ ومنه فإن القيمة المعيارية تعطى بالعلاقة التالية: $z= \frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$

رابعا: توزيع المعاينة للفرق بين نسبتين

سحبت عينتان عشوائيتان حجمهما n_1 و n_2 من مجتمعين مستقلين، يخضع الأول و الثاني للتوزيع $B_i(n_1 - P_1)$ و $B_i(n_2 - P_2)$ و أن ، $\sigma_1 = \sqrt{n_1p_1q_1}$ و $\mu_1 = n_1p_1$ و $\sigma_2 = \sqrt{n_2p_2q_2}$ و $\mu_2 = n_2p_2$ فتوزيع المعاينة للفرق بين نسبتين $(\widehat{P_1} - \widehat{P_2})$ يقترب من التوزيع الطبيعي بوسط : $\mu_{\widehat{P_1}-\widehat{P_2}} = p_1 - p_2$ و إنحراف معياري : $\sigma_{P_1-P_2} = \sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}$ و منه القيمة المعيارية تعطى بالعلاقة التالية : $Z = \frac{(P_1 - P_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}}$.