الفصل الخامس: حل مسائل النقل

أولا: حل مسائل النقل في حالة التقليل

حيث يسعى صاحب المؤسسة إلى تحقيق أقصى ربح، وذلك عن طريق التركيز على تقليل تكلفة نقل البضائع من عدة مناطق إنتاج والتي تسمى المنابع إلى عدة نقاط بيع والتي تسمى المصبات وذلك في حدود كميات محدودة.

ويكون جدول النقل كما يلي:

العرض	مصب 4	مصب 3	مصب 2	مصب 1	
A 1	**C14** X14	**C13** X13	**C12** X 12	**C 11** X 11	منبع 1
A 2	**C24** X24	**C23** X23	**C22** X 22	**C21** X 21	منبع 2
A 3	**C34** X 34	**C33** X 33	**C32** X 32	**C31** X 31	منبع 3
المجموع	**B 4**	**B 3**	**B 2**	**B 1**	**الطلب**

بحيث x_{ij} هي الكمية التي يمكن تمون بها وحدة الإنتاج **i** المنطقة **j** والتي تكون مجهولة يتم البحث عنها من خلال الرياضيات المؤسسة، بينما c_{ij} هي تكاليف النقل الوحدوية والتي تكون معلومة بالنسبة لنا وذلك من خلال المحاسبة التحليلية.

الصيغة الرياضية لمسألة النقل:

دالة التكلفة الإجمالية التي تتحملها المؤسسة هي:

$$Z = c_{11} x_{11} + c_{12} x_{12} + c_{13} x_{13} + c_{14} x_{14} + c_{21} x_{21} + c_{22} x_{22} + c_{23} x_{23} + c_{24} x_{24} + c_{31} x_{31} + c_{32} x_{32} + c_{33} x_{33} + c_{34} x_{34}$$

$$Z = \sum_{j=1}^{4} \sum_{i=1}^{3} c_{ij} x_{ij}$$

الكميات التي يعرضها كل منبع هي:

المنبع 1 $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = a_1$

المنبع 2 $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = a_1$

المنبع 3 $x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = a_1$

الكميات التي يطلبها كل مصب هي:

المصب 1 $x_{11} + x_{21} + x_{31} = b_1$

المصب 2 $x_{12} + x_{22} + x_{32} = b_2$

المصب 3 $x_{13} + x_{23} + x_{33} = b_3$

المصب 4 $x_{14} + x_{24} + x_{34} = b_4$

ومنه الصيغة الرياضية لمسألة النقل عند السعي لتقليل التكلفة بهدف زيادة الربح كما يلي:

$$\min Z = \sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{3} c_{ij}\, x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^{4} x_{ij} = a_i$$

$$\sum_{i=1}^{3} x_{ij} = b_i$$

$$X_{ij},\ c_{ij} \geq 0$$

طرق حل مسألة النقل في حالة تقليل التكلفة

1- طريقة التكلفة الدنيا

ونقوم بإتباع الخطوات التالية:

- في البداية يجب التأكد أن مجموع كميات العرض تساوي مجموع كميات الطلب وإلا لا يمكن حل هذه المسألة؛

- القيام بملأ الخلايا انطلاقا من أدنى تكلفة ثم التكلفة المساوية فالأعلى وهكذا حتى نكمل كل العرض ونحقق كل الطلب مع التأكد من أن عدد المتغيرات الداخلة في الحل يساوي عدد المنابع زائد عدد المصبات ناقص واحد؛
- اختبار ما إذا كان الحل أمثل أو لا وذلك باستعمال طريقة التوزيع المعدل وذلك بالقيام بما يلي:

1- افتراض مجهولين v_j و u_i حيث v_j يمثل الأعمدة و u_i يمثل الأسطر، بحيث حاصل جمعها بالنسبة للخلايا الداخلة في الحل يجب أن تساوي تكلفة نقل الوحدة الواحدة عبر تلك الخلية أي

$$C_{ij} = u_i + v_j$$

2- إيجاد كل المجاهيل v_j و u_i للخلايا الداخلة في الحل الأساسي وذلك بافتراض قيمة واحدة فقط تساوي صفر؛

3- إيجاد التكلفة الحدية للخلايا الغير داخلة في الحل الأساسي وذلك عن طريق المعادلة التالية

$$\delta ij = C_{ij} - u_i - v_j$$

فإذا كل δij موجبة أو معدومة، فإن هذا الحل الأساسي أمثل، وإلا يجب الانتقال إلى الجدول الموالي وذلك بالقيام بما يلي:

تحديد الخلية التي فيها δij أقل قيمة سالبة، ويتم إدخالها للحل الأساسي بحيث نظيف لها عددا s وننقص s من خلية في صفها وكذلك خلية في عمودها ونضيف s في خلية أخرى مقابلة وهذا هو أسلوب التغيير في أربعة خانات وهو الأسلوب الأبسط وقد نغير في أكثر من أربعة خانات وذلك بالمحافظة على كل الطلبات وكل العروض ويتم اختيار قيمة s من أصغر قيمة موجودة في الخانات التي سنقص منها s، بحيث تخرج خانة واحدة من خانات الأساس، حيث تصبح قيمتها تساوي صفر.

2- طريقة فوجل:

هي من أهم الطرق لإيجاد الجدول الأول، وهذا لما تتميز به من القدرة إلى الوصول للحل الأمثل مباشرة أو الحل القريب من الأمثل، وتتلخص خطواته فيما يلي:[1]

– حساب الفرق بين أقل تكلفتين في كل صف وفي كل عمود في جدول التكلفة؛

– تحديد الصف أو العمود الذي يمتلك أكبر فرق تكلفة؛

– اختيار الخلية ذات التكلفة الأقل في ذلك الصف أو العمود؛

– نقوم بملأ تلك الخلية وذلك بمراعاة الكمية المتوفرة من المنبع وما هو مطلوب من المصب ونضع أقلهما؛

– نعيد حساب الفروقات وذلك بعد إلغاء العمود أو الصف المشبع ونكرر هذه العملية حتى تلبية كل احتياجات المصبات من المنابع المتاحة.

3– طريقة الركن الشمالي الغربي:

ومراحلها هي كما يلي:

– يتم الانطلاق من الخانة التي هي في الركن الشمالي الغربي، وذلك بملأ أكبر عدد من الوحدات مراعيا في ذلك الكميات المتاحة من المنابع والمطلوبة من المصبات؛

– إذا كانت الكمية المتاحة تساوي الصفر بعد التشغيل أي ذلك الصف أصبح مشبعا، فيتم الانتقال عموديا إلى الأسفل.

التمرين رقم 29:

شركة تجارية لديها 3 مخازن وأربع مراكز تسويق والجدول التالي يوضح كل من (تكلفة نقل الوحدة الواحدة من للسلع من المخازن– حجم كل مخزون – احتياجات كل مركز):

S\D	D1	D2	D3	D4	العرض
	10	8	6	4	

[1] فتيحة بلجيلالي (2018): رياضيات المؤسسة، مطبوعة بيداغوجية، كلية العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير، جامعة ابن خلدون، تيارت، ص 106.

S1					**1500**
S2	**14**	**4**	**3**	**2**	**1000**
S3	**18**	**7**	**11**	**9**	**1500**
الطلب	**750**	**1750**	**250**	**1250**	**4000**

المطلوب: اوجد الحل الأمثل لمشكلة النقل الذي يحقق اقل تكلفة باستعمال طريقة التكلفة الدنيا؟

حل التمرين:

	مصب 1	مصب 2	مصب 3	مصب 4	**العرض**
منبع 1	10 750	8 − 250	6 250	4 + 250	1500
منبع 2	14	4 +	3	2 − 1000	**1000**
منبع 3	18	7 1500	11	9	**1500**
الطلب	750	1750	250	1250	**4000**

عدد الخلايا الممتلئ هي 6 فتتحقق المعادلة $6 = 4+3-1$

$c = 10 \times 750 + 8 \times 250 + 6 \times 250 + 4 \times 250 + 2 \times 1000 + 7 \times 1500$

$c = 7500 + 2000 + 1500 + 1000 + 2000 + 10500 = 24500$

التحقق من هذا الحل الأساسي هل هو أمثل أو لا.

$U_1 + v_1 = 10$ $\qquad$ $U_2 + v_4 = 2$

$U_1 + v_2 = 8$ $\qquad$ $U_3 + v_2 = 7$

$U_1 + v_3 = 6$

$U_1 + v_4 = 4$

نفرض $U_1 = 0$ وبعد ذلك نعوض في كل مرة في معادلة، فنحدد أحد المجاهيل فنجد ما يلي:

$v_1 = 10 \quad v_2 = 8 \quad v_3 = 6 \quad v_4 = 4 \qquad U_2 = -2 \quad U_3 = -1$

ثم نقوم بحساب التكلفة الحدية للخلايا الغير داخلة في الحل الأساسي

$\delta ij = c_{ij} - u_i - v_j$

$\delta_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 = 14 + 2 - 10 = 6$

$\boldsymbol{\delta_{22} = c_{22} - u_2 - v_2 = 4 + 2 - 8 = -2}$

$\delta_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 = 3 + 2 - 6 = -1$

$\delta_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 = 18 + 1 - 10 = 9$

$\delta_{33} = c_{33} - u_3 - v_3 = 11 + 1 - 6 = 6$

$\delta_{34} = c_{34} - u_3 - v_4 = 9 + 1 - 4 = 6$

هذا الحل ليس أمثل لوجود تكلفة حدية ليست موجبة ولا معدومة فيجب الانتقال إلى حل أساسي ثاني

الخانتان اللتان فيها إشارة سالبة. القيمتان اللتان فيهما هما 1000 و250 فنختار الأقل أي 250.

	مصب 1	مصب 2	مصب 3	مصب 4	**العرض**
منبع 1	10 750	8	6 − 250	4 + 500	1500
منبع 2	14	4 250	3 +	2 − 750	**1000**

منبع 3	18	7 1500	11	9	**1500**
الطلب	750	1750	250	1250	**4000**

عدد الخلايا الممتلئ هي 6 فتتحقق المعادلة 6 = 1−3+4

$$c = 10 \times 750 + 6 \times 250 + 4 \times 500 + 4 \times 250 + 2 \times 750 + 7 \times 1500$$

$$c = 7500 + 1500 + 2000 + 1000 + 1500 + 10500 = 24000$$

التحقق من هذا الحل الأساسي هل هو أمثل أو لا.

$U_1 + v_1 = 10$ $\quad$ $U_2 + v_2 = 4$

$U_1 + v_3 = 6$ $\quad$ $U_2 + v_4 = 2$

$U_1 + v_4 = 4$ $\quad$ $U_3 + v_2 = 7$

نفرض $U_1 = 0$ وبعد ذلك نعوض في كل مرة في معادلة، فنحدد أحد المجاهيل، فنجد ما يلي:

$v_1 = 10 \quad v_3 = 6 \quad v_4 = 4 \quad v_2 = 6 \quad U_2 = -2 \quad U_3 = 1$

ثم نقوم بحساب التكلفة الحدية للخلايا الغير داخلة في الحل الأساسي

$$\delta ij = c_{ij} - u_i - v_j$$

$$\delta_{12} = c_{12} - u_1 - v_2 = 8 - 0 + 6 = 2$$

$$\delta_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 = 14 + 2 - 10 = 6$$

$$\boldsymbol{\delta_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 = 3 - 2 + 6 = -1}$$

$$\delta_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 = 18 - 1 - 10 = 7$$

$$\delta_{33} = c_{33} - u_3 - v_3 = 11 - 1 - 6 = 4$$

$$\delta_{34} = c_{34} - u_3 - v_4 = 9 - 1 - 4 = 4$$

	مصب 1	مصب 2	مصب 3	مصب 4	**العرض**
منبع 1	10 750	8	6	4 750	1500
منبع 2	14	4 250	3 **250**	2 500	**1000**
منبع 3	18	7 1500	11	9	**1500**
الطلب	750	1750	250	1250	**4000**

عدد الخلايا الممتلئ هي 6 فتتحقق المعادلة 6 = 1−3+4

$c = 10 \times 750 + 4 \times 750 + 4 \times 250 + 3 \times 250 + 2 \times 500 + 7 \times 1500$

$c = 7500 + 3000 + 1000 + 750 + 1000 + 10500 = 23750$

التحقق من هذا الحل الأساسي هل هو أمثل أو لا.

$U_1 + v_1 = 10$ $U_2 + v_3 = 3$

$U_1 + v_4 = 4$ $U_2 + v_4 = 2$

$U_2 + v_2 = 4$ $U_3 + v_2 = 7$

نفرض $U_1 = 0$ وبعد ذلك نعوض في كل مرة في معادلة، فنحدد أحد المجاهيل، فنجد ما يلي:

$v_1 = 10$ $v_4 = 4$ $v_2 = 6$ $v_3 = 5$ $U_2 = -2$ $U_3 = 1$

ثم نقوم بحساب التكلفة الحدية للخلايا الغير داخلة في الحل الأساسي

$\delta ij = c_{ij} - u_i - v_j$

$\delta_{12} = c_{12} - u_1 - v_2 = 8 - 0 - 6 = 2$

$\delta_{13} = c_{13} - u_1 - v_3 = 6 - 0 - 5 = 1$

$$\delta_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 = 14 + 2 - 10 = 6$$

$$\delta_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 = 18 - 1 - 10 = 7$$

$$\delta_{33} = c_{33} - u_3 - v_3 = 11 - 1 - 5 = 5$$

$$\delta_{34} = c_{34} - u_3 - v_4 = 9 - 1 - 4 = 4$$

هذا الجدول أمثل لأن كل قيم التكلفة الحدية موجبة وإلا معدومة.

فيجب نقل 750 وحدة من المنبع 1 إلى المصب 1 و 750 وحدة من المنبع 1 إلى المصب 4 و 250 وحدة من المنبع 2 إلى المصب 2 و250 وحدة من المنبع 2 إلى المصب 3 و500 وحدة من المنبع 2 إلى المصب 4 و1500 وحدة من المنبع 3 إلى المصب 2 وهذا ما يمكن المؤسسة من تقليل التكلفة إلى 23750 دج.