السلسلة السادسة:

تمرين:

تنشط مؤسستين في سوق إحتكار ثنائي، فإذا كانت دالة طلب السوق هي: $P = -5X + 46$

(حيث: $X = x_1 + x_2$)

ودالتي التكلفة الكلية للمؤسستين A و B هي على التوالي:

$$CT_1 = 24\,x_1 + 12$$

$$CT_2 = 26\,x_2 + 5$$

1- حدد توازن المؤسستين حسب نموذج كورنو، ثم أحسب ربحهما؟

2- حدد توازن المؤسستين حسب نموذج ستاكلبرغ إذا علمت ان المؤسسة الثانية هي القائدة، ثم أحسب ربحهما؟

3- حدد توازن المؤسستين حسب نموذج باولي، ثم أحسب ربحهما؟

الحل:

1- تحديد توازن المؤسستين حسب نموذج كورنو، ثم حساب ربحهما:

حسب نموذج كورنو فإن كل مؤسسة تحاول تعظيم ربحها متجاهلة المؤسسة الأخرى، فيتم كتابة دالة الربح لكل مؤسسة كما يلي:

$$\pi_1 = RT_{1(x_1,x_2)} - CT_{1(x_1)} = P\,x_1 - CT_1$$

$$\pi_1 = [-5X + 46]\,x_1 - (24\,x_1 + 12) \Rightarrow \pi_1 = [-5(x_1 + x_2) + 46]\,x_1 - (24\,x_1 + 12)$$

$$\boxed{\pi_1 = -5\,x_1^2 - 5\,x_1 x_2 + 22\,x_1 - 12}$$

$$\pi_2 = RT_{2(x_1,x_2)} - CT_{2(x_2)} = P\,x_2 - CT_2$$

$$\pi_2 = [-5X + 46]\,x_2 - (26\,x_2 + 5) \Rightarrow \pi_2 = [-5(x_1 + x_2) + 46]\,x_2 - (26\,x_2 + 5)$$

$$\boxed{\pi_2 = -5\,x_2^2 - 5\,x_1 x_2 + 20\,x_2 - 5}$$

تعظيم ربح كل مؤسسة (شرط توازنها الأول) يكون كما يلي:

$$\begin{cases} Max\ \pi_1 \Rightarrow \frac{\delta \pi_1}{\delta x_1} = 0 \\ Max\ \pi_2 \Rightarrow \frac{\delta \pi_2}{\delta x_2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -10\,x_1 - 5\,x_2 + 22 = 0 \\ -10\,x_2 - 5\,x_1 + 20 = 0 \end{cases}$$

تحديد دالة رد فعل كل مؤسسة من شرط توازنها الأول، فيتم الحصول على ما يلي:

$$\begin{cases} x_1 = 2.2 - 0.5\,x_2 & \text{دالة رد فعل المؤسسة } 1 \\ x_2 = 2 - 0.5\,x_1 & \text{دالة رد فعل المؤسسة } 2 \end{cases}$$

تحل جملة المعادلتين السابقتين بعدة طرق، هنا تم تعويض دالة رد الفعل المؤسسة 2 في دالة رد الفعل المؤسسة 1 فنجد ما يلي:

$$x_1 = 2.2 - 0.5\,x_2 \Rightarrow x_1 = 2.2 - 0.5(2 - 0.5\,x_1) \Rightarrow x_1 = 2.2 - 1 - 0.25\,x_1 \Rightarrow 0.75\,x_1 = 1.2$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{x}_1 = 1.6} \quad \text{كمية توازن المؤسسة } 1$$

نعوض ($\bar{x}_1$= 1.6) في دالة رد فعل المؤسسة 2 نجد:

$x_2 = 2 - 0.5\, x_1 \Rightarrow$ $\bar{x}_2$= 1.2 **كمية توازن المؤسسة2**

$P = -5X + 46 = -5(x_1 + x_2) + 46 \Rightarrow$ $\bar{P}$ = 32 **سعر التوازن**

$\pi_1 = -5x_1^2 - 5x_1x_2 + 22x_1 - 12 \Rightarrow$ π_1 = 0.8 **ربح المؤسسة1**

$\pi_1 = \bar{P}\,\bar{x}_1 - CT_1 = 32(1.6) - (24(1.6) + 12) \Rightarrow$ π_1 =0.8 **أو:**

$\pi_2 = -5x_2^2 - 5x_1x_2 + 20x_2 - 5 \Rightarrow$ π_2 =2.2 **ربح المؤسسة2**

$\pi_2 = \bar{P}\,\bar{x}_2 - CT_2 = 32(1.2) - (26(1.2) + 5) \Rightarrow$ π_2 =2.2 **أو:**

2- <u>تحديد توازن المؤسستين حسب نموذج ستاكلبرغ إذا علمت ان المؤسسة الثانية هي القائدة، ثم حساب ربحهما:</u>

حسب هذا النموذج فإن المؤسسة **القائدة الثانية** ستعمل على تعظيم ربحها باستخدام دالة رد فعل المؤسسة التابعة **الأولى** ، فيتم الحصول على ما يلي:

$x_1 = 2.2 - 0.5\, x_2$ دالة رد فعل المؤسسة**1**

$\pi_2 = -5x_2^2 - 5x_1x_2 + 20x_2 - 5$ **: دالة ربح المؤسسة2**

نعوض دالة رد فعل المؤسسة 1 (التابعة) في دالة ربح المؤسسة 2 (القائدة) فنجد:

$\pi_2 = -5X_2^2 - 5(2.2 - 0.5X_2)X_2 + 20X_2 - 5 \Rightarrow \pi_2 = -5X_2^2 - 11X_2 + 2.5X_2^2 + 20X_2 - 5$

$\Rightarrow$ $\pi_2 = -2.5X_2^2 + 9X_2 - 5$

بتعظيم ربح المؤسسة القائدة نجد:

$Max\ \pi_2 \Rightarrow \frac{\delta\pi_2}{\delta x_2} = 0 \Rightarrow -5X_2 - 9 = 0 \Rightarrow$ $\bar{x}_2$= 1.8 **كمية توازن المؤسسة 2**

نعوض ($\bar{x}_2$= 1.8) في دالة رد فعل المؤسسة 1 نجد:

$X_1 = 2.2 - 0.5\, X_2 \Rightarrow$ $\bar{x}_1$= 1.3 **كمية توازن المؤسسة1**

$P = -5X + 46 = -5(x_1 + x_2) + 46 \Rightarrow$ $\bar{P}$ = 30.5 **سعر التوازن**

$\pi_2 = -2.5X_2^2 + 9X_2 - 5 \Rightarrow$ π_2 = 3.1 **ربح المؤسسة 2**

$\pi_2 = \bar{P}\,\bar{x}_2 - CT_2 = 30.5(1.8) - (26(1.8) + 5) \Rightarrow$ π_2 =3.1 **أو:**

$\pi_2 = -5X_2^2 - 5X_1X_2 + 20X_2 - 5 \Rightarrow$ π_2 = 3.1 **أو:**

$\pi_1 = -5X_1^2 - 5X_1X_2 + 22X_1 - 12 \Rightarrow$ π_1 = - 3.55 **خسارة المؤسسة 1**

$\pi_1 = \bar{P}\,\bar{x}_1 - CT_1 = 30.5(1.3) - (24(1.3) + 12) \Rightarrow$ π_1 = - 3.55 **أو:**

3- تحديد توازن المؤسستين حسب نموذج باولي، ثم حساب ربحهما:

حسب هذا النموذج فإن كل مؤسسة ستعمل على تعظيم ربحها باستخدام دالة رد فعل المؤسسة الأخرى، فيتم الحصول على ما يلي:

- **المؤسسة الأولى هي القائدة:**

$\mathbf{x_2 = 2 - 0.5\,x_1}$ دالة رد فعل المؤسسة **2**

$\boldsymbol{\pi_1 = -5\,X_1^2 - 5\,X_1X_2 + 22X_1 - 12}$: دالة ربح المؤسسة **2**

نعوض دالة رد فعل المؤسسة 2 (التابعة) في دالة ربح المؤسسة 1 (القائدة) فنجد:

$$\pi_1 = -5X_1^2 - 5X_1(2 - 0.5X_1) + 22X_1 - 12 \Rightarrow \pi_1 = -5X_1^2 - 10X_1 + 2.5X_1^2 + 22X_1 - 12$$

$$\Rightarrow \boxed{\pi_1 = -2.5X_1^2 + 12X_1 - 12}$$

بتعظيم ربح المؤسسة **1** (القائدة) نجد:

$$Max\ \pi_1 \Rightarrow \frac{\delta\pi_1}{\delta x_1} = 0 \Rightarrow -5X_1 - 12 = 0 \Rightarrow \boxed{\bar{x}_1 = 2.4}$$ **كمية توازن المؤسسة 1**

- **المؤسسة الثانية هي القائدة:**

$\mathbf{x_1 = 2.2 - 0.5\,x_2}$ دالة رد فعل المؤسسة **1**

$\boldsymbol{\pi_2 = -5\,X_2^2 - 5\,X_1X_2 + 20X_2 - 5}$: دالة ربح المؤسسة **2**

نعوض دالة رد فعل المؤسسة 1 (التابعة) في دالة ربح المؤسسة 2 (القائدة) فنجد:

$$\pi_2 = -5X_2^2 - 5(2.2 - 0.5X_2)X_2 + 20X_2 - 5 \Rightarrow \pi_2 = -5X_2^2 - 11X_2 + 2.5X_2^2 + 20X_2 - 5$$

$$\Rightarrow \boxed{\pi_2 = -2.5X_2^2 + 9X_2 - 5}$$

بتعظيم ربح المؤسسة 2 (القائدة) نجد:

$$Max\ \pi_2 \Rightarrow \frac{\delta\pi_2}{\delta x_2} = 0 \Rightarrow -5X_2 - 9 = 0 \Rightarrow \boxed{\bar{x}_2 = 1.8}$$ **كمية توازن المؤسسة 2**

$$P = -5X + 46 = -5(X_1 + X_2) + 46 \Rightarrow \boxed{\bar{P} = 25}$$ **سعر التوازن**

$$\pi_1 = -5X_1^2 - 5X_1X_2 + 22X_1 - 12 \Rightarrow \boxed{\pi_1 = -9.6}$$ **خسارة المؤسسة 1**

$$\pi_1 = \bar{P}\,\bar{X}_1 - CT_1 = 25(2.4) - (24(2.4) + 12) \Rightarrow \boxed{\pi_1 = -9.6}$$ **أو:**

$$\pi_2 = -5X_2^2 - 5X_1X_2 + 20X_2 - 5 \Rightarrow \boxed{\pi_2 = -6.8}$$ **خسارة المؤسسة 2**

$$\pi_2 = \bar{P}\,\bar{X}_2 - CT_2 = 25(1.8) - (26(1.8) + 5) \Rightarrow \boxed{\pi_2 = -6.8}$$ **أو:**

حسب هذا النموذج المؤسستان تحققان خسارة