كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم علوم التسيير
السنة الأولى ميزانية الدولة

2025/05/25
المدة : ساعة ونصف

امتحان في المادة التعليمية: إحصاء 2

I. (5.5 ن)

يختار الطالب الناجح الى السنة الثانية في كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، احد الشعب الاربعة حيث أن احتمال اختيار شعبة علوم التسيير هو 0.4 ،شعبة العلوم المالية والمحاسبة 0.2 ،شعبة العلوم الاقتصادية 0.3 أما شعبة العلوم التجارية هو 0.1 .

علما ان نسبة عدم القبول في الشعب المختارة من طرف لجنة التوجيه هي على التوالي :

شعبة علوم التسيير 10 % ،شعبة العلوم المالية والمحاسبة 15 % ،شعبة العلوم الاقتصادية 5% شعبة العلوم التجارية 2 %

1) ماهو احتمال ان لا توافق لجنة التوجيه على اختيار الطالب ؟ (3 ن)

2) علما ان لجنة التوجيه لم توافق على اختيار الطالب ، ماهو احتمال ان يكون قد اختار شعبة العلوم الاقتصادية ؟ (2.5 ن)

II. لتكن دالة كثافة الاحتمال f (x) المعرفة كالتالي: (8.5 ن)

$$P(X=0)=a \ , P(X=1)=2a \ , P(X=2)=3a \ , P(X=3)=4a \ .$$

1)-حدد طبيعة المتغير العشوائي X وقيمة الثابت a ؟ (3 ن)

2)- أحسب دالة التوزيع ؟ (2.5 ن)

3)- احسب $P(X<2)$; $P(1 \leq X<3)$ (3 ن)

III. X المتغير العشوائي يتميز بدالة كثافة الاحتمال التالية: (6 ن)

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \forall \quad X<0 \\ bx & \forall \quad 0 \leq X \leq 2 \\ 0 & \forall \quad X>2 \end{cases}$$

1)- تحديد قيمة الثابت b حتى تكون f(x) دالة كثافة إحتمال ؟ (3 ن)

2)- أحسب الامل الرياضي ؟ (3 ن)

بالتوفيق

Scanné avec CamScanner

الإجابة النموذجية لإحصاء - 2 -

I)

1- حساب إحتمال أن لا توافق لجنة التوجيه على إختيار الطالب

* تعريف الأحداث :

الحدث "G" : إختيار شعبة علوم التسيير

الحدث "F" : إختيار شعبة العلوم المالية والمحاسبة.

الحدث "E" : إختيار شعبة العلوم الاقتصادية. (0,5)

الحدث "C" : إختيار شعبة العلوم التجارية.

الحدث "O" اللجنة توافق على إختيار الطالب.

* كتابة المعطيات :

$P(G) = 0,4 ; P(F) = 0,2 ; P(E) = 0,3 ; P(C) = 0,1$ (0,5)

$P(\bar{O}/G) = 0,1 ; P(\bar{O}/F) = 0,15 ; P(\bar{O}/E) = 0,05 ; P(\bar{O}/C) = 0,02$

$P(\bar{O}) = P[(G \cap \bar{O}) \cup (F \cap \bar{O}) \cup (E \cap \bar{O}) \cup (C \cap \bar{O})]$ (0,25)

لدينا : $P(G \cap \bar{O}) \cap (F \cap \bar{O}) \cap (E \cap \bar{O}) \cap (C \cap \bar{O}) = \emptyset$ (0,25)

$\rightarrow P(\bar{O}) = P(G \cap \bar{O}) + P(F \cap \bar{O}) + P(E \cap \bar{O}) + P(C \cap \bar{O})$ (0,25)

الأحداث غير مستقلة $\Leftarrow$ (0,25)

$P(\bar{O}) = P(G).P(\bar{O}/G) + P(F).P(\bar{O}/F) + P(E).P(\bar{O}/E) + P(C).P(\bar{O}/C)$ (0,25)

$P(\bar{O}) = (0,4).(0,1) + (0,2).(0,15) + (0,3).(0,05) + (0,1).(0,02)$ (0,25)

$P(\bar{O}) = 0,04 + 0,03 + 0,015 + 0,002$

$P(\bar{O}) = 0,087$ (0,5)

Scanné avec CamScanner

$$P(E/\bar{O}) = \frac{P(E \cap \bar{O})}{P(\bar{O})}$$ (0,5)

لدينا نظام تام للأحداث يحقق نظرية بايز

$$\begin{cases} P(G) \cup P(F) \cup P(E) \cup P(C) = \Omega \\ P(G) \cap P(F) \cap P(E) \cap P(G) = \emptyset \quad (0,75) \\ P(G) + P(F) + P(E) + P(C) = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(E/\bar{O}) = \frac{P(E).P(\bar{O}/E)}{P(\bar{O})} \quad 0,5$$

$$P(E/\bar{O}) = \frac{(0,3)(0,05)}{0,087} = \frac{0,015}{0,087} \quad (0,25)$$

$$P(E/\bar{O}) \simeq 0,1724 \quad (0,5)$$

II.

1) تحديد طبيعة المتغير

$$X(\Omega) = \{0,1,2,3\} \quad (0,5)$$

$X(\Omega)$ مجموعة منتهية و قابلة للعد هذا (0,5)

يعني أن المتغير العشوائي منقطع (0,25)

Scanné avec CamScanner

إيجاد قيمة الثابت α :

$\sum_{i=0}^{i=3} p_i = 1 \Leftrightarrow P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=1$ (0,75)

$\Rightarrow \alpha + 2\alpha + 3\alpha + 4\alpha = 1 \Leftrightarrow 10\alpha = 1$ (0,25)

$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{10}$ (0,25)

$\Leftrightarrow P(X=0)=\frac{1}{10}, P(X=1)=\frac{2}{10}, P(X=2)=\frac{3}{10}, P(X=3)=\frac{4}{10}$ (0,5)

2) تحديد دالة التوزيع :

$F(x)=P(X\leq x)=F(x-1)+P(X=x)$ (0,5)

$F(0)=P(X\leq 0)=F(-1)+P(X=0)=0+\frac{1}{10}=\frac{1}{10}$ (0,5)

$F(1)=P(X\leq 1)=F(0)+P(X=1)=\frac{1}{10}+\frac{2}{10}=\frac{3}{10}$ (0,5)

$F(2)=P(X\leq 2)=F(1)+P(X=2)=\frac{3}{10}+\frac{3}{10}=\frac{6}{10}$ (0,5)

$F(3)=P(X\leq 3)=F(2)+P(X=3)=\frac{6}{10}+\frac{4}{10}=\frac{10}{10}=1$ (0,5)

3. حساب الاحتمالات :

- $P(X<2)=P(X\leq 1)=F(1)=\frac{3}{10}$ (0,25) (0,25) (0,5)
- $P(1\leq X<3)=P(X<3)-P(X\geq 1)$ (0,5)

$P(1\leq X\leq 3)=P(X\leq 2)-P(X<1)$ (0,5)

$P(1\leq X<3)=P(X\leq 2)-P(X\leq 0)$ (0,25)

$P(1\leq X<3)=F(2)-F(0)$ (0,25)

$P(1\leq X<3)=\frac{6}{10}-\frac{1}{10}=\frac{5}{10}$ (0,5)

Scanné avec CamScanner

1) تحديد قيمة الثابت b :

$X(\Omega) =]-\infty, 0[\cup [0,2] \cup]2, +\infty[$ (0,5)

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \iff \int_{-\infty}^{0} f(x)\,dx + \int_{0}^{2} f(x)\,dx + \int_{2}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$ (0,25)

$\int_{-\infty}^{0} 0\,dx + \int_{0}^{2} bx\,dx + \int_{2}^{+\infty} 0\,dx = 1$ (0,25)

$\Rightarrow b\int_{0}^{2} x\,dx = 1 \Rightarrow b\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 = 1 \Rightarrow b\left[\frac{(2)^2}{2} - \frac{(0)^2}{2}\right] = 1$ (0,5) (0,25)

$\iff b(2-0) = 1 \Rightarrow 2b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$ (0,5)

$$\iff \begin{cases} 0 & \forall\ x < 0 \\ \frac{x}{2} & \forall\ 0 \le x \le 2 \\ 0 & \forall\ x > 2 \end{cases}$$ (0,25)

2) حساب الأمل الرياضي :

$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx$ (0,5)

$E(X) = \int_{-\infty}^{0} x f(x)\,dx + \int_{0}^{2} x f(x)\,dx + \int_{2}^{+\infty} f(x)\,dx$ (0,5)

$E(X) = \int_{-\infty}^{0} 0\,dx + \int_{0}^{2} \frac{x^2}{2}\,dx + \int_{2}^{+\infty} 0\,dx = \frac{1}{2}\int_{0}^{2} x^2\,dx$ (0,5)

$E(X) = \frac{1}{2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2 = \frac{1}{6}\left[x^3\right]_0^2 = \frac{1}{6}\left[(2)^3 - (0)^3\right]$ (0,5)

$E(X) = \frac{1}{6}[8-0] = \frac{8}{6}$ (0,5)

$\Rightarrow E(X) \simeq 1,33$

Scanné avec CamScanner