جامعة باجي مختار -عنابة-
قسم العلوم الاقتصادية
السنة ثانية جذع مشترك

المدة: ساعة ونصف

يوم 2025/05/22

الامتحان النهائي في مادة إحصاء 4

لغرض اجراء دراسة إحصائية على مستوى احدى المؤسسات الصناعية الخاصة، ومن بين 50 منتج صناعي تم سحب عينة عشوائية كانت أسعارها بالألف دينار جزائري كالتالي:

3، 3، 4، 5، 5

إذا علمت أن المجتمع طبيعي:

7 pts السؤال الأول: أوجد تقديرا بطريقتين لوسط أسعار المنتجات الصناعية (μ) عند درجة ثقة 95 %.

4 pts السؤال الثاني: أوجد فترة الثقة لنسبة المنتجات التي لم تتجاوز سقف 5 ألف دج في المجتمع عند درجة ثقة 80 %.

5 pts السؤال الثالث: لغرض تحقيق الميزة التنافسية والاستحواذ على السوق، اقترح مدير التسويق بالمؤسسة عدم رفع سعر المنتجات لهذا الموسم عن 5 ألف دج في المتوسط بانحراف 3 ألف دج. بصفتك خبير احصائي بذات المؤسسة طُلب منك اعداد تقرير حول اقتراح المدير، عند مستوى ثقة 99%.

2 pts السؤال الرابع: إذا افترضنا أن متوسط أسعار المنتجات الصناعية بالمؤسسة هو 4 ألف دج، هل يعدّ التقدير جيدا حسب ما توصلت إليه في السؤال الأول.

2 pts السؤال الخامس: استخرج المعاملات الإحصائية التي استعملتها في حل الامتحان (التسمية والقيمة).

* القيم الإحصائية الجدولية المطلوبة:

$Z_{(0,9901)} = 2,33$ $t_{((0,975),\ 4)} = 2,776$ $t_{((0,9),\ 4)} = 1,533$

* ملاحظة:

- عدم استعمال اللون الأحمر والجداول الإحصائية وعدم تبادل الأدوات
- استعمال رقمين بعد الفاصلة

بالتوفيق للجميع
أساتذة المادة

Scanné avec CamScanner

الحل النموذجي للامتحان النهائي في مادة الإحصاء 04.
امتحن بتاريخ 2025/05/22

لدينا:
مجتمع طبيعي $N=50$. $n=5$

السؤال الأول: التقدير بطريقتين لوسط أسعار المنتجات (μ) عند درجة ثقة 95%

الطريقة الأولى: التقدير النقطي لـ (μ).

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{5+5+4+3+3}{5} = \frac{20}{5} = 4$$ (1)

ومنه $\bar{x}=4$ هو تقدير نقطي لـ (μ) ونكتب $\mu = 4$ (0,5)

الطريقة الثانية: التقدير بمجال ثقة لـ (μ).

لدينا: مجتمع طبيعي، تباينه مجهول، حجم العينة صغير معناه (1) العينة تخضع لتوزيع ستيودنت (t) وبالتالي:

$$\mu \in C.I = \left[\bar{x} - t_{(\alpha/2, n-1)} \cdot \sigma_{\bar{x}} \; ; \; \bar{x} + t_{(\alpha/2, n-1)} \sigma_{\bar{x}} \right]$$ (1)

أولا: نحسب معامل الاستقصاء $\frac{n}{N}$ لمعرفة نوع المعاينة نفاذية أو غير نفاذية (السحب بإرجاع، أو بدون إرجاع).

$$\frac{n}{N} = \frac{5}{50} = 0,1 > 0,05$$ (0,5)

معناه المعاينة نفاذية أي نحتاج للاستعانة بمعامل الإرجاع $\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ (0,5)

نحسب $\sigma_{\bar{x}}$:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad / \quad s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{(5-4)^2+(5-4)^2+(4-4)^2+(3-4)^2+(3-4)^2}{5-1}$$

$$s^2 = 1 \Rightarrow s = 1$$ (0,5)

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{\frac{50-5}{50-1}} = 0,42$$ (0,5)

(1,5)

Scanné avec CamScanner

نجد معامل الثقة $t_{(\alpha/2, n-1)}$

$\alpha = 0,05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$ (0,25)

من المعطيات: $t_{(0,975;\,4)} = 2,776$ (0,5)

ومنه:

$$\mu \in C.I = [4 - (2,776)(0,42) \; ; \; 4 + (2,776)(0,42)]$$

$$\mu \in C.I = [2,84 \; , \; 5,16]$$ (1)

السؤال الثاني: ايجاد فترة الثقة لنسبة المنتجات التي لم تتجاوز S عند درجة ثقة 80%

$$P \in C.I = \left[\bar{P} - t_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)} \sigma_{\bar{P}} \; ; \; \bar{P} + t_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)} \sigma_{\bar{P}} \right]$$ (1)

بما أن العاينة تفاذية نستعين لمعامل الارجاع:

$$\sigma_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{P.q}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$P = \frac{3}{5} = 0,6$ (1)

$q = 1 - P = 0,4$

$$\sigma_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{(0,6)(0,4)}{5}} \cdot \sqrt{\frac{50-5}{50-1}} = 0,2$$ (0,5)

نجد معامل الثقة:

$\alpha = 0,2 \Rightarrow \frac{0,2}{2} = 0,1 \Rightarrow t_{(0,9\,;\,4)} = 1,533$ (0,5)

$$P \in C.I = [0,6 - (1,533)(0,2) \; ; \; 0,6 + (1,533)(0,2)]$$

$$P \in C.I = [(0,3) \; ; \; (0,9)]$$ (01)

(2 pts)

Scanné avec CamScanner

السؤال الثالث: اختبار فرضية عدم رفع السعر عن 5 ألف دج:

لدينا: $n=5$. $\bar{x}=4$. $\sigma=3$. $\mu_0=5$

مجتمع طبيعي، تباينه معلوم، عينة صغيرة معناه العينة تخضع للتوزيع الطبيعي (0,5) وكتب:

$$Z=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \rightsquigarrow N(0,1)$$ (0,5)

اختبار الفرضية:

الخطوة الأولى: صياغة الفرضيات:

$H_0: \mu = 5$ (0,5)

$H_1: \mu < 5$ (0,5)

الخطوة الثانية: مستوى المعنوية:

$\alpha = 0,01$ (0,5)

الخطوة الثالثة: الاختبار الاحصائي المناسب:

$$Z=\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma_{\bar{x}}} \quad / \quad \sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\cdot\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$=\frac{3}{\sqrt{5}}\cdot\sqrt{\frac{50-5}{50-1}}$$ (0,5)

$$\sigma_{\bar{x}}=1,28$$

$$Z=\frac{4-5}{1,28}=-0,78$$ (0,5)

الخطوة الرابعة: قاعدة القرار:

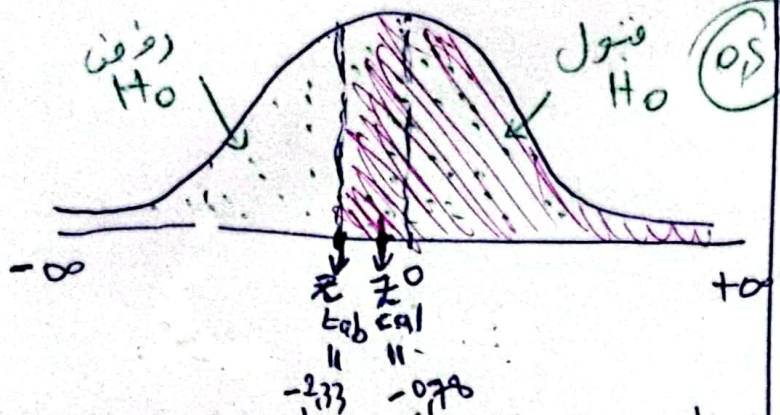
ايجاد Z_{tab}:

الاختبار من الطرف الأيسر:

$\alpha=0,01 \Rightarrow -Z_{\alpha}=-Z_{0,9901}$

$Z_{tab}=-2,33$ (0,5)

الخطوة الخامسة: اتخاذ القرار.



(0,5)

بما أن Z_{cal} تقع في منطقة قبول الفرضية الصفرية H_0، نرفض الفرضية البديلة H_1 أي أن فكرة المدير مرفوضة بخصوص عدم رفع سعر المنتجات لهذا الموسم والذي لن يحقق الميزة التنافسية والاستحواذ على السوق. (0,5)

3 ن

السؤال الرابع :

$\mu = 4$ ، فيما مااذا كان التقدير جيداً في السؤال الأول :

يكون التقدير جيدا إذا توفرت فيه الخصائص التالية :

أولا = عدم التحيز "unbiased" (0,5)

يكون المقدر غير متحيز إذا كانت قيمته المتوقعة $\hat{\theta}$ تساوي القيمة الحقيقية للمعلمة θ .

$E(\hat{\theta}) = \theta$

في السؤال الأول وجدنا أن : "حسب التقدير النقطي"

$E(\mu) = \bar{x} = 4$ (0,5)

وحسب التقدير بمجال ثقة : فان $E(\mu)$ تقع ضمن المجال : $[2,86 ; 5,16]$

ومنه فالخاصية عدم التحيز محققة .

ثانيا = الاتساق "consistency" (0,5)

يكون المقدر الغير متحيز متسق إذا كان : $\lim [(\hat{\theta} - \theta)] = 0$ (0,5)

من السؤال الأول لدينا $\lim [(\mu - 4)] = 0$

ثالثا = الكفاءة : المقدر الجيد هو أصغر تباين مقارنة بتباينات المقدرات الأخرى . (0,5)

$Var(\hat{\theta}_1) = 1 < Var(\hat{\theta}_2) < Var(\hat{\theta}_3) \ldots$ (0,5)

رابعا : الكفاية : المقدر الكافي هو الذي يشمل معلومات عن كل مفردات العينة (0,5)

$E(\bar{x}) = 4 = \mu$

$E(M_0) = 4 = \left(\frac{5+5+3+3}{2}\right) = \mu$ (0,5)

$E(M_e) = 4 = \mu$

السؤال الخامس : استخراج المعلمات الاحصائية :

أولا : معامل الثقة : (0,5)

$t_{(\alpha/2, n-1)} = \pm t_{(0,975 ; 4)} = 2,776$ (0,5)

ثانيا : معامل الانتقاء : (0,5)

$\frac{n}{N} = \frac{5}{50} = 0,1$ (0,5)

ثالثا : معامل الثقة : (0,5)

$t_{(\alpha/2, n-1)} = t_{(0,9 ; 4)} = 1,533$ (0,5)

رابعا : معامل الارجاع :

$\frac{N-n}{N-1} = \frac{50-5}{50-1} = \frac{45}{49}$ (0,5)

Scanné avec CamScanner