تمارين متنوعة حول نظرية سلوك المستهلك (المنفعة الكمية):

- **التمرين رقم 1:**

ضع علامة (x) أمام الإجابة الصحيحة.

1- المنفعة الحدية هي:

( ) التغير في مستوى الإشباع المترتب على استخدام وحدة إضافية.

( ) مستوى الإشباع الذي يحصل عليه المستهلك.

( ) مجموع مساهمة كل وحدة مستهلكة في الإشباع الكلي.

( ) ليست أيا مما سبق.

2- تناقص المنفعة الحدية يعني:

( ) تزايد المنفعة الكلية بمعدل متزايد.

( ) تزايد المنفعة الكلية بمعدل متناقص.

( ) تناقص المنفعة الكلية.

( ) ليست أيا مما سبق.

3- عندما تصل المنفعة الحدية إلى أقصى قيمة لها، تكون:

( ) المنفعة الكلية عند الحد الفاصل بين تزايدها وتناقصها.

( ) المنفعة الكلية عند الحد الفاصل بين تزايدها بمعدل متزايد وتزايدها بمعدل متناقص.

( ) المنفعة الكلية عند نقطة الانعطاف.

( ) المنفعة الكلية عند نقطة الذروة.

4- يصل المستهلك إلى وضع التوازن عندما تتساوى:

( ) المنافع الحدية لمختلف السلع التي يستخدمها

( ) نسبة المنفعة الكلية إلى المنعة الحدية لجميع السلع التي يستخدمها.

( ) نسبة المنفعة الحدية إلى السعر عبر جميع السلع.

( ) نسبة المنفعة الكلية إلى السعر عبر جميع السلع.

- **التمرين رقم 2:**

يبين الجدول الموالي المنفعة الكلية المكتسبة لأحد المستهلكين عند استهلاكه لوحدات متتالية من السلعة x:

الكمية المستهلكة (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
المنفعة الكلية UTx	0	33	60	80	94	103	108	110	110	103	93

المطلوب:

1- ما المقصود بالمنفعة وما هي أنواعها؟
2- أوجد المنفعة الحدية للسلعة x؟
3- مثل بيانيا المنفعة الحدية والمنفعة الكلية. ماذا تستنتج؟

- **التمرين رقم 3:**

يوضح الجدول أدناه المنفعة الحدية التي يحققها أحد المستهلكين جراء استهلاكه لوحدات متزايدة من السلعة x:

الكمية المستهلكة (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
المنفعة الحدية UMx	-	15	11	8	5	3	2	1	0	-2	-4

المطلوب:

- أحسب قيم المنفعة الكلية المقابلة للوحدة المستهلكة من السلعة x .

- **التمرين رقم 4:**

يوضح الجدول الموالي مستويات الإشباع الذي يحصل عليه أحد المستهلكين عند استهلاكه لوحدات متزايدة من السلعة x:

الكمية المستهلكة (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
المنفعة الكلية UTx	0	18	33	45	54	60	63	63	60

فإذا كان سعر السلعة x هو Px=3 ، والمنفعة الحدية للنقود λ=2

المطلوب:

1- أحسب قيم المنفعة الحدية.
2- حدد عدد الوحدات المستهلكة من السلعة x التي يكون عندها المستهلك في حالة توازن، ثم في حالة إشباع.
3- حدد الفائض الحدي والفائض الكلي لهذا المستهلك عند مختلف مستويات الإشباع.

التمرين رقم 05 :

يقوم مستهلك باستهلاك سلعتين x و y ، فكانت المنافع الكلية المحصل عليها من استهلاك وحدات متزايدة من السلعتين معطاة في الجدول الآتي:

الكمية المستهلكة من(x) و (y)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
المنفعة الكلية للسلعة (x) UTx	0	30	56	78	98	116	132	144	154
المنفعة الكلية للسلعة (y) UTy	0	42	75	102	123	141	156	165	171

فإذا كان سعر السلعة (x) هو 2 وسعر السلعة (y) هو 3 ، ودخل المستهلك هو 29 وحدة نقدية:

المطلوب:

1- حدد التوليفة المثلى من السلعتين التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع ممكن.

2- حدد المنفعة الكلية التي يحصل عليها هذا المستهلك عند وضع التوازن.

- **التمرين رقم 6:**

الجدول التالي يبين مختلف المنافع المحصل عليها من طرف فرد يستهلك سلعتين x و y.

8	7	6	5	4	3	2	1	*Q*
		264		216			72	*Utx*
	106				70		28	*Uty*
4			28					*Umx*
		8		12		24		*Umy*
	3				12	15		*Umx/Px*
2			5					*Umy/Py*

إذا علمت أن سعر السلعة x هو Px=4 ، وسعر السلعة y هو Py=2 ، ودخل المستهلك هو R=34.

المطلوب:

1- أكمل معطيات الجدول السابق.

2- حدد التوليفة التوازنية لهذا المستهلك، وحجم المنفعة التي يحققها عند التوازن.

- **التمرين رقم 7:**

أعطيت دالة المنفعة لأحد المستهلكين للسلعتين (x) و (y) بالصيغة الآتية: $UT= xy+2y$

وكان Px=6، و Py=4، بينما R=156

المطلوب:

1- استخرج دوال المنفعة الحدية للسلعتين x وy.

2- أوجد التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة التعويض.

3- أوجد التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة مضاعف لاغرانج.

التمرين رقم 08 :

إذا كانت لدينا دالة المنفعة لأحد المستهلكين على الشكل الآتي: $UT= xy+x+2y$

وكان Px=2 ، و Py=4 ، بينما R=120

المطلوب:

1- أوجد التوليفة المثلى التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة مضاعف لاغرانج.

2- أوجد قيمة λ ، وفسر معناها اقتصاديا.

- **التمرين رقم 9:**

إذا كانت لديك دالة منفعة لمستهلك ما معطاة على الشكل الآتي: $UT = \sqrt{x}\sqrt{y}$

وكانت الكميات المطلوبة من السلعة (x) تساوي 22 وحدة. وسعر الوحدة الواحدة من هذه السلعة يساوي 5 وحدات نقدية. بينما يبلغ المبلغ المخصص من الدخل للإنفاق على السلعتين (20Py).

المطلوب:

- حدد الكميات المطلوبة من السلعة y وسعر هذه السلعة والدخل الواجب تخصيصه من أجل حصول المستهلك على التوليفة التي من أجلها يكون عند وضع التوازن.

- **التمرين رقم 10:**

بافتراض أنه لدينا دالة منفعة لمستهلك ما معطاة على الشكل الآتي: $UT= xy+2x+y$

المطلوب:

حدد مقدار التغير في المنفعة الكلية إذا تغيرت كمية السلعة (x) بـ3 وحدات، علما أن كمية السلعة y عند وضع التوازن تساوي 7.

- حل التمرين رقم 1:

ضع علامة (x) أمام الإجابة الصحيحة.

1- المنفعة الحدية هي:

(x) التغير في مستوى الإشباع المترتب على استخدام وحدة إضافية.

( ) مستوى الإشباع الذي يحصل عليه المستهلك.

(x) مجموع مساهمة كل وحدة مستهلكة في الإشباع الكلي.

( ) ليست أيا مما سبق.

2- تناقص المنفعة الحدية يعني:

( ) تزايد المنفعة الكلية بمعدل متزايد.

(x) تزايد المنفعة الكلية بمعدل متناقص.

( ) تناقص المنفعة الكلية.

( ) ليست أيا مما سبق.

3- عندما تصل المنفعة الحدية إلى أقصى قيمة لها، تكون:

( ) المنفعة الكلية عند الحد الفاصل بين تزايدها وتناقصها.

(x) المنفعة الكلية عند الحد الفاصل بين تزايدها بمعدل متزايد وتزايدها بمعدل متناقص.

(x) المنفعة الكلية عند نقطة الانعطاف.

( ) المنفعة الكلية عند نقطة الذروة.

4- يصل المستهلك إلى وضع التوازن عندما تتساوى:

( ) المنافع الحدية لمختلف السلع التي يستخدمها

( ) نسبة المنفعة الكلية إلى المنفعة الحدية لجميع السلع التي يستخدمها.

(x) نسبة المنفعة الحدية إلى السعر عبر جميع السلع.

( ) نسبة المنفعة الكلية إلى السعر عبر جميع السلع.

- حل التمرين رقم 2:

1- **المنفعة وأنواعها:**

- **المقصود بالمنفعة:** مقدار الإشباع الذي يحصل عليه الفرد نتيجة لاستهلاكه لسلعة أو خدمة معينة وفي وقت معين.

أنواع المنفعة: المنفعة الكلية والمنفعة الحدية.

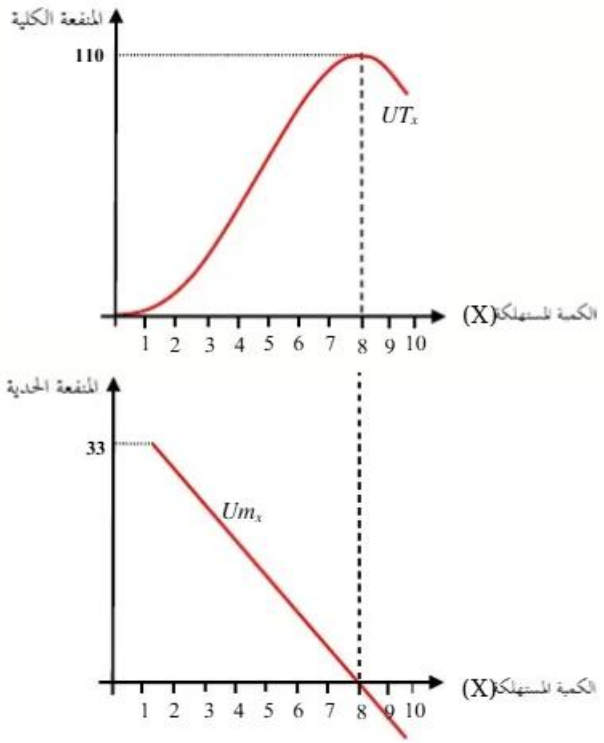
2- **حساب المنفعة الحدية:**

تشير إلى مقدار التغير في المنفعة الكلية الناشئ عن التغير في الكمية المستهلكة من السلعة بوحدة واحدة في فترة زمنية معينة. وتحسب وفق القانون الآتي:

$$\text{المنفعة الحدية} = \frac{\text{التغير في المنفعة الكلية}}{\text{التغير في الوحدات المستهلكة}} \qquad UM_x = \frac{\Delta UT_x}{\Delta x}$$

الكمية المستهلكة (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
المنفعة الكلية UTx	0	33	60	80	94	103	108	110	110	103	93
المنفعة الحدية UMx	-	33	27	20	14	9	5	2	0	-3	-10

3- **الرسم البياني:**



الاستنتاج: عندما تزداد الكمية المستهلكة من السلعة فإن المنفعة التي تعود على المستهلك منها تميل إلى التناقص، وهذا يعني أن المنفعة الحدية تتناقص مع زيادة استهلاك وحدات إضافية من السلعة حتى تعادل الصفر عند وصول المستهلك إلى مستوى التشبع والذي تكون فيه المنفعة الكلية عند نقطتها العظمى.

- حل التمرين رقم3:

- حساب قيم المنفعة الكلية: المنفعة الكلية هي عبارة عن مجموع المنافع الحدية $UT_x = \sum Umx$

كمية x	Umx	UTx
0	-	**0**
1	15	**15**
2	11	11+15 =**26**
3	8	26 +8 =**34**
4	5	34 +5 =**39**
5	3	39 +3 =**42**
6	2	42 +2 =**44**
7	1	44 +1 =**45**
8	0	45 +0 =**45**
9	-2	45 – 2 =**43**
10	-4	43 – 4 =**39**

- حل التمرين رقم4:

1- حساب المنفعة الحدية:

8	**7**	6	**5**	4	3	2	1	0	الكمية المستهلكة X
60	**63**	63	**60**	54	45	33	18	0	المنفعة الكلية UTx
-3	**0**	3	**6**	9	12	15	18	-	المنفعة الحدية المكتسبة UMx
6	**6**	6	**6**	6	6	6	6	-	المنفعة الحدية المضحى بها λ.Px
-6	**-6**	-3	**0**	+3	+6	+9	+18	-	الفائض الحدي للمستهلك
+21	**+27**	+33	**+36**	+36	+33	+27	+18	-	الفائض الكلي للمستهلك

2- وضع الإشباع ووضع التوازن:

- **وضع الإشباع**: يصل إليه المستهلك عندما تبلغ المنفعة الكلية قيمتها العظمى، وتكون المنفعة الحدية مساوية للصفر ($Um_x=0$). ومن الجدول يكون المستهلك في حالة إشباع عند استهلاك 7 وحدات من السلعة x ($x=7$).

- **وضع التوازن**: يصل إليه المستهلك عندما تكون المنفعة الحدية المكتسبة ($Um_x=0$) مساوية للمنفعة الحدية المضحى بها ($\lambda.Px$).ومن الجدول يكون المستهلك في حالة توازن عند استهلاك 5 وحدات من السلعة x ($x=7$) حيث: $\lambda.Px = Um_x = 6$

3- **الفائض الحدي والفائض الكلي:**

- الفائض الحدي = المنفعة الحدية المكتسبة – المنفعة الحدية المضحى بها

نستنتج أن الفائض الحدي عند وضع التوازن يكون مساويا للصفر

- الفائض الكلي = المنفعة الكلية المكتسبة (UTx) – المنفعة الكلية المضحى بها ($\lambda.P_x.x$)

الفائض الكلي هو مجموع الفائض الحدي للمستهلك

نستنتج أن الفائض الكلي عند وضع التوازن يكون عند أعظم قيمة له (36)

- **حل التمرين رقم 5:**

1- **التوليفة المثلى من السلعتين التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع ممكن:**

شروط توازن المستهلك في حالة سلعتين (x) و (y) تتمثل في الآتي:

$$\begin{cases} \dfrac{Um_x}{P_x} = \dfrac{Um_y}{P_y} = \lambda \\ R = xPx + yPy \end{cases}$$

كمية x	UTx	Umx	$\frac{Umx}{Px}$	كمية y	UTy	Umy	$\frac{Umy}{Py}$
0	0	-	-	0	0	-	-
1	30	30	15	1	42	42	14
2	56	26	13	2	75	33	**11**
3	78	22	**11**	3	102	27	**9**
4	98	20	10	4	123	21	7
5	116	18	**9**	5	141	18	**6**
6	132	16	8	6	156	15	**5**
7	144	12	**6**	7	165	9	3
8	154	10	**5**	8	171	6	2

- إن المستهلك يصل إلى وضع التوازن عندما تتساوى المنفعة الحدية للدينار الأخير المنفق على السلعة (x) مساوية للمنفعة الحدية للدينار الأخير المنفق على السلعة (y). أي عند تحقق الشرط الأول:

$$\frac{Um_x}{P_x} = \frac{Um_y}{P_y} = \lambda$$

ومن الجدول يتبين أن هناك أربع وضعيات لتوازن المستهلك:

- λ=11 عند استهلاك 3 وحدات من السلعة (x) و 2 وحدة من السلعة (y)

- λ=9 عند استهلاك 5 وحدات من السلعة (x) و 3 وحدات من السلعة (y)
- λ=6 عند استهلاك 7 وحدات من السلعة (x) و 5 وحدات من السلعة (y)
- λ=5 عند استهلاك 8 وحدات من السلعة (x) و 6 وحدات من السلعة (y)

- وبما أن الشرط الضروري لا يأخذ بعين الاعتبار قيود الدخل المفروضة على المستهلك، إذ أن دخل المستهلك محدود ويجب أن يراعي ذلك عندما يحاول الوصول إلى أقصى إشباع ممكن، فإن تحديد وضع التوازن يتطلب تحقيق الشرط الثاني، أي تحقق المعادلة الآتية:

$$R=x.Px+y.Py \quad \text{أي} \quad 29=2x+3y$$

- λ =11 (x=3 , y=2) ..... R=(3)(2)+(2)(3)=12 <29 الشرط غير محقق
- λ =9 (x=5 , y=3) ..... R=(5)(2)+(3)(3)=19<29 الشرط غير محقق
- λ =6 (x=7 , y=5) ..... R=(7)(2)+(5)(3)=29=29 الشرط محقق
- λ =5 (x=8 , y=6) ..... R=(8)(2)+(6)(3)=34 >29 الشرط غير محقق

وعليه فالمستهلك يصل إلى أقصى إشباع ممكن (من خلال إنفاقه لدخل قدره 29 دينار) باستهلاكه 7 وحدات من السلعة (x) و 3 وحدات من السلعة (y). وبالتالي فإن (x=7 , y=3) تمثل التوليفة المثلى (التوازنية) لهذا المستهلك.

2- **المنفعة الكلية عند وضع التوازن:**

ويقدر مستوى الإشباع عند وضع التوازن بـ:

$$Ut_{(x,y)} = \sum UT_{(x=7)} + \sum UT_{(y=3)} = 144 + 102 = 246$$

- **حل التمرين رقم 6:**

1- **إكمال معطيات الجدول:**

8	7	6	5	4	3	2	1	*Q*
270	266	**264**	244	**216**	180	132	**72**	***Utx***
110	**106**	100	92	82	**70**	52	**28**	***Uty***
4	12	20	**28**	36	48	60	72	***Umx***
4	6	**8**	10	**12**	18	**24**	28	***Umy***
1	**3**	5	7	9	**12**	**15**	18	***Umx/Px***
2	3	4	**5**	6	8	12	14	***Umy/Py***

2- **التوليفة المثلى من السلعتين التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع ممكن:**

شروط توازن المستهلك في حالة سلعتين (x) و (y) تتمثل في الآتي:

$$\begin{cases} \dfrac{Um_x}{P_x} = \dfrac{Um_y}{P_y} = \lambda \\ R = xPx + yPy \end{cases}$$

ومن الجدول يتبين أن هناك ثلاث وضعيات لتوازن المستهلك:

- λ=12 عند استهلاك 3 وحدات من السلعة (x) و 2 وحدة من السلعة (y)
- λ=5 عند استهلاك 6 وحدات من السلعة (x) و 5 وحدات من السلعة (y)
- λ=3 عند استهلاك 7 وحدات من السلعة (x) و 7 وحدات من السلعة (y)

- الشرط الثاني، أي تحقق المعادلة الآتية:

$$R = x.Px + y.Py \quad \text{أي} \quad 34 = 4x + 2y$$

- λ =12 (x=3 , y=2) ..... R=(4)(3)+(2)(2)=16 <34 الشرط غير محقق
- λ =5 (x=6 , y=5) ..... R=(4)(6)+(2)(5)=34=34 الشرط محقق
- λ =3 (x=7 , y=7) ..... R=(4)(7)+(2)(7)=42 >29 الشرط غير محقق

وعليه فالمستهلك يصل إلى أقصى إشباع ممكن (من خلال إنفاقه لدخل قدره 34 دينار) باستهلاكه 6 وحدات من السلعة (x) و 5 وحدات من السلعة (y). وبالتالي فإن (x=6 , y=5) تمثل التوليفة المثلى (التوازنية) لهذا المستهلك.

ويقدر مستوى الإشباع عند وضع التوازن بـ:

$$Ut_{(x,y)} = \sum UT_{(x=6)} + \sum UT_{(y=5)} = 244 + 100 = 344$$

- **حل التمرين رقم 7:**

1- **دوال المنفعة الحدية للسلعتين x وy:**

$$Umx = \frac{dU}{dx} = y$$

$$Umy = \frac{dU}{dy} = x + 2$$

2- **التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة التعويض:**

تعتمد هذه الطريقة على دالة المنفعة من الشكل U=f(x)، ويتحقق توازن المستهلك هنا عند توافر شرطين أساسيين:

- **الشرط اللازم:** $\frac{dU}{dx} = 0$
- **الشرط الكافي:** $\frac{d^2U}{dx^2} < 0$

لدينا معادلة الميزانية

$$R=xPx + yPy \ldots\ldots\ldots 156 = 6x + 4y$$

باستخراج y من معادلة الميزانية نحصل على:

$$y = 39 - 1.5\,x$$

نقوم بتعويض المعادلة (2) في دالة المنفعة نحصل على:

$$U = xy + 2y$$

$$U = x\,(39\text{-}1.5x) + 2(39 - 1.5x)$$

$$\boldsymbol{U = 39\,x - 1.5\,x^2 + 78\,\text{-}3x}$$

$$\boldsymbol{U = 36\,x - 1.5\,x^2 + 78}$$

وعليه أصبحت دالة المنفعة بدلالة متغير مستقل واحد (x)، أي من الشكل U=f(x) ، ومن ثم يمكن التحقق من توافر شرطي التوازن لتحديد التوليفة المثلى.

- **الشرط اللازم:** المشتقة الأولى لدالة المنفعة الكلية تساوي الصفر

$$\frac{dU}{dx} = 0 \rightarrow Umx = 0 \rightarrow 36 - 3x = 0$$

$$x = 12 \quad \text{ومنه نجد :}$$

- **الشرط الكافي:** المشتقة الثانية لدالة المنفعة الكلية أقل من الصفر

$$\frac{d^2U}{dx^2} < 0 \rightarrow U''x < 0$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} < 0 \rightarrow -3 < 0$$

وبما أن الشرطين محققين، فهذا يعني أن منحنى المنفعة الكلية يصل إلى النقطة العظمى عندما x=12.

وبتعويض قيمة x في المعادلة (2) نحصل على قيمة y :

$$Y = 39 - 1.5\,x = 39 - 1.5(12) = 39 - 18 = 21$$

ومنه فإن التوليفة السلعية **(x=12 , y=21)** تمثل التوليفة المثلى التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع (منفعة) ممكن. وتقدر المنفعة الكلية عند وضع التوازن بـ: $U = x.y = 12(21) + 2(21) = 294$

3- التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة مضاعف لاغرانج:

أولا: هدف المستهلك هو تعظيم المنفعة تحت قيد الميزانية

$$\begin{cases} Max: \ U = xy + 2y \\ \frac{s}{c}: \ 156 = 6x + 4y \end{cases}$$

ثانيا: تشكيل دالة لاغرانج

$$L = xy + 2y + \lambda(156 - 6x - 4y)$$

ثالثا: تعظيم دالة المنفعة من خلال تحقق الشرطين، اللازم والكافي.

- **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج مساوية للصفر

$$\begin{cases} L'x = 0 \to y - 6\lambda = 0 \quad \dots\dots\dots(1) \\ L'y = 0 \to x + 2 - 4\lambda = 0 \ \dots\dots(2) \\ L'\lambda = 0 \to 156 - 6x - 4y = 0 \dots(3) \end{cases}$$

بقسمة طرفي المعادلة (1) على المعادلة (2) نجد:

$$\frac{(1)}{(2)}: \ \frac{y}{x+2} = \frac{6\lambda}{4\lambda}$$

$$\to \ y = 1.5x + 3 \dots\dots(4)$$

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد:

$$(3): \ 156 - 6x - 4(1.5x + 3) = 0$$

$$\to 156 - 6x - 6x - 12 = 0$$

$$\to 144 - 12x = 0$$

$$x = 12$$

بتعويض قيمة x في المعادلة (4) نجد قيمة y:

$$(4):\quad y=1.5x+3$$
$$\rightarrow y=1.5(12)+3$$
$$y=21$$

- **الشرط الكافي:** المحدد الهيسي أكبر من الصفر

$$|H|=\begin{vmatrix} L''xx & L''xy & -Px \\ L''yx & L''yy & -Py \\ -Px & -Py & 0 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 0 & 1 & -6 \\ 1 & 0 & -4 \\ -6 & -4 & 0 \end{vmatrix}=48>0$$

ومنه فإن التوليفة المثلى التي تحقق أكبر منفعة للمستهلك هي (x=12, y=21).

- حل التمرين رقم 8:

1- التوليفة المثلى التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة مضاعف لاغرانج:

أولا: هدف المستهلك هو تعظيم المنفعة تحت قيد الميزانية

$$\begin{cases} Max: & U=xy+x+2y \\ \frac{s}{c}: & 120=2x+4y \end{cases}$$

ثانيا: تشكيل دالة لاغرانج

$$L=xy+x+2y+\lambda(120-3x-4y)$$

ثالثا: تعظيم دالة المنفعة من خلال تحقق الشرطين، اللازم والكافي.

- **الشرط اللازم:** المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج مساوية للصفر

$$\begin{cases} L'x=0\rightarrow y+1-2\lambda=0 & \dots\dots\dots(1) \\ L'y=0\rightarrow x+2-4\lambda=0 & \dots\dots\dots(2) \\ L'\lambda=0\rightarrow 120-2x-4y=0 & \dots\dots(3) \end{cases}$$

بقسمة طرفي المعادلة (1) على المعادلة (2) نجد:

$$\frac{(1)}{(2)}:\ \frac{y+1}{x+2}=\frac{2\lambda}{4\lambda}$$
$$\rightarrow\quad \frac{y+1}{x+2}=\frac{2}{4}$$
$$\rightarrow\quad y=0.5x\dots\dots(4)$$

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد:

$$(3):\ 120-2x-4(0.5x)=0$$
$$\rightarrow 120-4x=0 \quad \rightarrow x=30$$

بتعويض قيمة x في المعادلة (4) نجد قيمة y:

$$(4):\ y=0.5x=0.5(30) \rightarrow y=15$$

- **الشرط الكافي:** المحدد البيمي أكبر من الصفر

$$|H|=\begin{vmatrix} L''xx & L''xy & -Px \\ L''yx & L''yy & -Py \\ -Px & -Py & 0 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -4 \\ -2 & -4 & 0 \end{vmatrix}=16>0$$

ومنه فإن التوليفة المثلى التي تحقق أكبر منفعة للمستهلك هي $(x=30, y=15)$.

المنفعة الكلية عند وضع التوازن هي: $UT= xy+x+2y = (30)(15) + (30) + 2(15) = \mathbf{510}$

2- حساب وتفسير قيمة λ:

من المعادلة (1):

$$\rightarrow y+1-2\lambda=0$$
$$\rightarrow 15+1-2\lambda=0$$
$$\rightarrow 16-2\lambda=0$$
$$\lambda=16$$

λ المنفعة الحدية للنقود. وهي مقدار الإضافة في المنفعة الكلية عندما يزداد الدخل بوحدة نقدية واحدة، إي انه إذا ارتفع دخل المستهلك إلى 121 فإن المنفعة الكلية ستزداد بمقدار λ أي:

$$UT= 510+ \lambda =510+8=518$$

- حل التمرين رقم9:

- تحديد الكميات المطلوبة من السلعة y وسعر هذه السلعة والدخل:

شروط توازن المستهلك في حالة سلعتين (x) و (y) تتمثل في الآتي:

$$\begin{cases} \dfrac{Um_x}{P_x}=\dfrac{Um_y}{P_y}=\lambda \\ R=x\,P_y+yP_y \end{cases}$$

لدينا: $x=22$ ، $Px=5$ ، $R=20Py$

المنفعة الحدية للسلعة x:

$$\frac{dU}{dx} = 0.5\, x^{-0.5}\, y^{0.5}$$

المنفعة الحدية للسلعة y:

$$\frac{dU}{dx} = 0.5\, x^{0.5}\, y^{-0.5}$$

وفقا للشرط الأول لتوازن المستهلك:

$$\frac{Um_x}{P_x} = \frac{Um_y}{P_y} \quad \rightarrow \frac{Um_x}{Um_y} = \frac{P_x}{P_y} \quad \rightarrow \frac{0.5\, x^{-0.5}\, y^{0.5}}{0.5\, x^{0.5}\, y^{-0.5}} = \frac{5}{P_y}$$

$$\rightarrow \frac{y^{0.5}\, y^{0.5}}{x^{0.5}\, x^{0.5}} = \frac{5}{P_y} \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{5}{P_y} \rightarrow \frac{y}{22} = \frac{5}{P_y} \rightarrow y = \frac{110}{P_y} \ldots\ldots\ldots (1)$$

نعوض المعادلة (1) في معادلة الميزانية التي تمثل الشرط الثاني لتوازن المستهلك:

$$R = x\,Px + y\,Py$$
$$20P_y = (5)(22) + (\frac{110}{P_y})Py$$
$$20P_y = 110 + 110 = 220 \quad \rightarrow \quad P_y = 11$$

$$y = \frac{110}{P_y} = \frac{110}{11} = 10$$
$$R = 20\,P_y = 20(11) = 200$$

وعليه:

$$\mathbf{R = 200, Px = 5, Py = 11, \ (x = 22, y = 10)}$$

- حل التمرين رقم 10:

- تحديد مقدار التغير في المنفعة الكلية:

لدينا :

$$Um_x = \frac{\Delta U}{\Delta x} \quad \rightarrow \quad \Delta U = Um_x \,.\, \Delta x \ldots\ldots\ldots (1)$$

لدينا Umx رياضيا هي المشتقة الأولى لدالة المنفعة الكلية:

$$Um_x = UT'_x = y + 2$$

بتعويض دالة المنفعة الحدية في المعادلة (1) نحصل على:

$$\Delta U = Um_x \,.\, \Delta x \rightarrow \Delta U = (y + 2).\Delta x = (7 + 2).3 = \mathbf{27}$$

وبالتالي: إذا تغيرت كمية (x) بـ3 وحدات، فإن المنفعة الكلية سوف تتغير بـ 27 وحدة منفعة.