كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم علوم التسيير
السنة الأولى ميزانية الدولة

2024/05/16
المدة : ساعة ونصف

امتحان في مقياس الإحصاء 2

I. تحصل شخص على قرض بنكي من أجل انشاء مؤسسة مصغرة بها 12 آلة خياطة ،منها 3 يابانية الصنع ،4 المانية الصنع ، والباقي مصنوعة في الصين : (8 ن)

- الآلات اليابانية 10 % منها معيبة، الآلات الألمانية 20 % منها معيبة ، الآلات الصينية 25 % منها معيبة.

نسحب عشوائيا الة واحدة ماهو احتمال :

1) أن تكون الآلة المسحوبة عشوائيا صينية الصنع ؟ (2 ن)
2) – أن تكون الآلة المسحوبة عشوائيا غير معيبة ؟ (2 ن)
3) – أن تكون الآلة المسحوبة عشوائيا يابانية الصنع أو غير معيبة ؟ (2 ن)
4) – علما أن الآلة المسحوبة عشوائيا غير معيبة ماهو احتمال أن تكون صنعت بالصين؟ (2 ن)

II. لتكن دالة التوزيع F (x) المعرفة كالتالي: (8 ن)

$$F(0) = \frac{1}{10} \ , F(1) = \frac{4}{10} \ , F(2) = \frac{8}{10} \ , F(3) = 1 \ .$$

1)-حدد طبيعة المتغير العشوائي X وأعطي قانونه الاحتمالي X ؟ (4 ن)
2)- أحسب الأمل الرياضي ؟ (2 ن)
3)- احسب $P(X > 1)$; $P(2 \leq X < 1)$ (2 ن)

III. نعتبر المتغير العشوائي X المعرف بمعدل البطالة الذي قد يلاحظ في إقتصاد ما. X يتميز بدالة كثافة الاحتمال التالية:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \forall \quad X < 0 \\ \frac{x}{200} & \forall \ 0 \leq X \leq a \\ 0 & \forall \quad X > a \end{cases}$$

المطلوب :-تحديد قيمة الثابت a حتى تكون f(x) دالة كثافة إحتمال ؟ (4 ن)

بالتوفيق

الإجابة النموذجية لإمتحان إحصاء 2 -

I)

1) تعريف الأحداث

"J" الآلة بها بداية المنع

"A" الآلة أطانية المنع (0,5)

"C" الآلة هيدية المنع

"D" الآلة معيبة

$P(D/J) = 0,1$; $P(D/A) = 0,2$; $P(D/C) = 0,25$ (0,5)

$$P(C) = \frac{card(C)}{card(\Omega)} = \frac{C_5^1 C_7^0}{C_{12}^1} = \frac{5}{12} = 0,42$$ (0,5) (0,5)

$P(\bar{D}) = P[(J \cap \bar{D}) \cup (A \cap \bar{D}) \cup (C \cap \bar{D})]$ (0,25)

الأحداث متنافية $\Rightarrow$ $P(\bar{D}) = P(J \cap \bar{D}) + P(A \cap \bar{D}) + P(C \cap \bar{D})$ (0,25)

الأحداث مستقلة $\Rightarrow$ $P(\bar{D}) = P(J).P(\bar{D}/J) + P(A).P(\bar{D}/A) + P(C).P(\bar{D}/C)$ (0,25)

$$P(J) = \frac{card(J)}{card(\Omega)} = \frac{C_3^1 C_9^0}{C_{12}^1} = \frac{3}{12} = 0,25$$ (0,25) (0,25)

$$P(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{C_4^1 C_8^0}{C_{12}^1} = \frac{4}{12} = 0,33$$ (0,25) (0,25)

$P(\bar{D}) = (0,25)(0,9) + (0,33)(0,8) + (0,42)(0,75)$

$P(\bar{D}) = 0,225 + 0,264 + 0,315 = 0,804$ (0,25)

$P(J \cup \bar{D}) = P(J) + P(\bar{D}) - P(J \cap \bar{D})$ (0,75) $\Leftarrow$ $(J \cap \bar{D}) \neq \emptyset$ (0,5)

$P(J \cup \bar{D}) = 0,25 + 0,804 - 0,225 = 0,829$ (0,75)

$$P(C/\bar{D}) = \frac{P(C \cap \bar{D})}{P(\bar{D})}$$ (0,5)

4) لدينا:

$$\begin{cases} P(C \cap J \cap A) = \emptyset \\ P(C) + P(J) + P(A) = 1 \quad (0,75) \\ A \cup J \cup C = \Omega \end{cases}$$ ومنه: A و J و C أحداث

$$P(C/\bar{D}) = \frac{P(C).P(\bar{D}/C)}{P(\bar{D})} \quad (0,25) \quad (0,5)$$

$$= \frac{(0,142).(0,75)}{0,8014} = 0,3918$$

II- 1) $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$ (0,5)

لدينا: $X(\Omega)$ مجموعة منتهية و قابلة للعد منه نستنتج أن X هو متغير كمي متقطع

(1) القانون الاحتمالي لـ X

$$F(x) = P(X \leq x) = F(x-1) + P(X = x)$$

$$\Rightarrow P(X = x) = F(x) - F(x-1) \quad (0,5)$$

$$P(X=0) = F(0) - F(-1) = F(0) = \frac{1}{10} \quad (0,5)$$ (0 ∉ Ω)

$$P(X=1) = F(1) - F(0) = \frac{4}{10} - \frac{1}{10} = \frac{3}{10} \quad (0,5)$$

$$P(X=2) = F(2) - F(1) = \frac{8}{10} - \frac{4}{10} = \frac{4}{10} \quad (0,5)$$

$$P(X=3) = F(3) - F(2) = \frac{10}{10} - \frac{8}{10} = \frac{2}{10} \quad (0,5)$$

2) $E(X) = \sum p_i . x_i$ (0,5)

x_i	0	1	2	3	Σ
p_i (0,5)	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{10}$	1
$p_i x_i$ (0,5)	0	$\frac{3}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{17}{10}$

$E(X) = \frac{17}{10} = 1,7$ (0,5)

(3 ...

$P(X > 1) = 1 - P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1)$ (0,25) (0,25)

$P(X > 1) = 1 - F(1) = 1 - \frac{4}{10} = \frac{6}{10} = 0,6$ (0,25) (0,25)

$P(2 \leq X < 1) = 1 - P(2 \leq X < 1)$ (0,25)

$= 1 - P(1 \leq X < 2)$

$= 1 - [P(X < 2) - P(X \geq 1)]$ (0,25)

$= 1 - [P(X \leq 1) - P(X < 1)]$

$= 1 - [F(1) - F(0)]$ (0,25)

$= 1 - [\frac{4}{10} - \frac{1}{10}]$

$= 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} = 0,7$ (0,25)

III) حتى تكون $f(x)$ دالة كثافة يحتمال:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \end{cases}$$ (0,5)

$X(\Omega) =]-\infty, 0[\cup [0, a] \cup]a, +\infty[$ (0,5)

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \Rightarrow \int_{-\infty}^{0} f(x)\,dx + \int_{0}^{a} f(x)\,dx + \int_{a}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$ (0,5) (0,5)

$\int_{-\infty}^{0} 0\,dx + \int_{0}^{a} \frac{x}{200}\,dx + \int_{a}^{+\infty} 0\,dx = 1$ (0,5)

$\frac{1}{200} \int_{0}^{a} x\,dx = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{200} \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^a = 1$ (0,5)

$\frac{1}{200} \cdot \frac{1}{2} [a^2 - 0] = 1 \Rightarrow \frac{a^2}{400} = 1$ (0,5)

$\Rightarrow a^2 = 400 \Rightarrow a = 20$ (0,5)

$X(\Omega) =]-\infty, 0[\cup [0, 20] \cup]20, +\infty[$.